

Lupton R. et al., 2004, The Publications of the Astronomical Society of the Pacific, Volume 116, Issue 816.

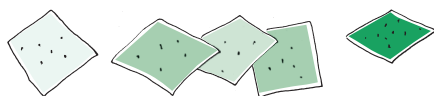


Alternatywnie można zastosować skalowanie nieliniowe – zazwyczaj skalowanie logarytmiczne, pierwiastkowe lub odwrotności sinusa hiperbolicznego (*arsinh*). Tak przeskalowane wartości są następnie odwzorowywane liniowo w zakresie 0–255. Zmniejsza to zakres dynamiki jasnych części danych astronomicznych i zwiększa zakres dynamiki słabszych części danych. W rezultacie słabsze struktury w danych stają się bardziej widoczne.

Obie te metody, przycinania danych i stosowania nieliniowego skalowania, są wykorzystywane do tworzenia obrazów astronomicznych. Popularna metoda skalowania Luptona *arsinh* skaluje dane astronomiczne przed ich przycięciem. Odbywa się to dla każdego pasma używanego indywidualnie, aby uwydatnić pewne cechy.

Podsumowanie

Wynik wszystkich tych zabiegów jest taki, że obrazy astronomiczne, które widzimy na stronach internetowych lub w telewizji, nie są do końca prawdziwe. Nie odzwierciedlają obrazu, który zobaczylibyśmy, patrząc na dany obiekt bezpośrednio gołym okiem z odpowiedniej odległości, ponieważ kolory i jasności na zdjęciu zostały „podrasowane” w procesie obróbki cyfrowej. To, co jest prawdziwe, to dane i obserwacje astronomiczne. Obiekty widoczne na tych zdjęciach są prawdziwe. Istnieją w przestrzeni kosmicznej. Ich zdjęcia zostały po prostu wykonane tak, aby wyglądały imponująco, podkreślały pewne detale lub pokazywały szczegóły, których inaczej nie byłibyśmy w stanie zobaczyć.



Zadania

Przygotował Dominik BUREK

M 1795. Liczbę całkowitą dodatnią nazywamy *dobrą*, jeśli wśród jej dzielników znajdują się dokładnie dwie liczby pierwsze. Udowodnić, że wśród dowolnych 18 kolejnych liczb całkowitych dodatnich co najmniej jedna z liczb nie jest dobra.

M 1796. Kwadratowa plansza jest podzielona na n^2 prostokątnych pól za pomocą $n - 1$ prostych poziomych i $n - 1$ prostych pionowych. Pola pomalowane są w szachownicę. Wiadomo, że na jednej przekątnej wszystkie pola są czarne i kwadratowe. Udowodnić, że całkowita powierzchnia wszystkich czarnych pól jest nie mniejsza niż całkowita powierzchnia wszystkich białych pól.

M 1797. Punkt I jest środkiem okręgu wpisanego w czworokąt wypukły $ABCD$. Udowodnić, że na prostej CI istnieje punkt X taki, że

$$\sphericalangle XBI = \sphericalangle XDI = \sphericalangle BAI.$$

Przygotował Andrzej MAJHOFER

F 1105. Mgła jest zawiesiną kropelek wody w powietrzu. Oszacuj gęstość mgły n , to jest liczbę kropelek o średnicy $d = 20 \mu\text{m}$ w metrze sześciennym powietrza, jeśli skutkiem mgły jest ograniczenie widoczności do $l = 100 \text{ m}$. Jaka masa kropelek mgły (wody) zawarta jest w metrze sześciennym powietrza? Gęstość wody $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$.

F 1106. Soczewka skupiająca tworzy rzeczywisty obraz przedmiotu. Poprzeczne rozmiary obrazu są p razy większe od rozmiarów przedmiotu. Ile wynosi powiększenie podłużne obrazu? Po obu stronach soczewki znajduje się ten sam ośrodek (powietrze).

Rozwiązania na str. 24



Rozwiązanie zadania M 1795.

Założmy przeciwnie i rozważmy 18 kolejnych liczb całkowitych dodatnich, które są dobre. Są wśród nich trzy liczby podzielne przez 6. Niech będą to liczby $6n$, $6(n+1)$ i $6(n+2)$. Ponieważ liczby te są dobre, a rozkład każdej z nich na czynniki pierwsze zawiera już 2 i 3, więc nie mogą one mieć innych dzielników pierwszych. Co więcej, tylko jedna z trzech kolejnych liczb naturalnych, n , $n+1$, $n+2$, może być podzielna przez 3. Oznacza to, że pozostałe dwie są potęgami dwójki. Ale jedyne pary potęg dwójki, które różnią się o nie więcej niż 2, to $(1, 2)$ i $(2, 4)$; dlatego też $n \leq 2$. Jednakże wtedy wśród naszych 18 kolejnych liczb jest liczba pierwsza 13, która nie jest dobra – sprzeczność.



Rozwiązanie zadania M 1796.

Oznaczmy przez x_1, x_2, \dots, x_n długości boków kwadratowych pól na przekątnej. Wtedy x_1, x_2, \dots, x_n to szerokości „pasków”, na jakie pionowe (lub poziome) proste dzielą planszę. Zauważmy, że powierzchnia pola na przecięciu i -tego paska z j -tym wynosi $x_i x_j$, ponadto jest ono czarne, jeśli $i + j$ jest parzyste, a w przeciwnym razie jest białe. Rozpatrzmy teraz wyrażenie

$$(x_1 - x_2 + x_3 - \dots)^2.$$

Po wymnożeniu nawiasów dostaniemy sumę n^2 wyrazów postaci $\pm x_i x_j$, gdzie znak „+” jest wybierany, jeśli $i + j$ jest parzyste, a znak „-” jest wybierany, jeśli $i + j$ jest nieparzyste. Zatem nieujemna liczba $(x_1 - x_2 + x_3 - \dots)^2$ jest równa różnicy między sumami powierzchni wszystkich czarnych i wszystkich białych pól.

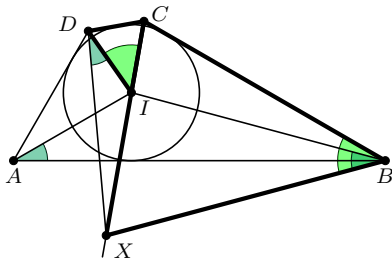


Rozwiązanie zadania M 1797.

Na prostej CI oberzmy taki punkt X , że

$$\frac{CX}{CD} = \frac{CB}{CI}.$$

Wtedy trójkąty CID i CBX są podobne (zgodnie z definicją X i równością kątów przy wierzchołku C).



Zatem

$$\begin{aligned} \sphericalangle CBI + \sphericalangle IBX &= \sphericalangle CBX = \sphericalangle CID = \\ &= \sphericalangle 180^\circ - \sphericalangle ICD - \sphericalangle IDC = \\ &= \sphericalangle IBA + \sphericalangle IAB, \end{aligned}$$

gdzie w ostatniej równości skorzystaliśmy z tego, że suma $\sphericalangle ICD + \sphericalangle IDC + \sphericalangle IBA + \sphericalangle IAB$ jest równa połowie sumy kątów wewnętrznych w czworokącie $ABCD$, czyli 180° .

Ponieważ $\sphericalangle CBI = \sphericalangle IBA$, więc powyższa równość implikuje, że $\sphericalangle IBX = \sphericalangle IAB$. Analogicznie do dowodu podobieństwa trójkątów CID i CBX możemy uzasadnić podobieństwo trójkątów CIB i CDX , skąd

$$\sphericalangle XDI = \sphericalangle CID - \sphericalangle IXD = \sphericalangle CBX - \sphericalangle IBC = \sphericalangle IBX,$$

co kończy dowód.



Rozwiązanie zadania F 1105.

Niech a oznacza średnią odległość między kropelkami wody tworzącymi mgłę. Mamy $a = n^{-1/3}$. Pojedyncza warstwa kropelek o promieniu $r = d/2$ każda przesłania część przechodzącej przez nią wiązki światła równą $\pi r^2/a^2$. Liczba takich warstw wystarczająca do całkowitego przesłonięcia światła między obserwatorem i przedmiotem równa jest średnio l/a . Oznacza to, że:

$$1 = \frac{\pi r^2 l}{a^2 a} = \frac{\pi r^2 l}{a^3}.$$

Otrzymujemy:

$$n = \frac{1}{\pi r^2 l}$$

i całkowitą masę, m , kropelek mgły w 1 m^3 :

$$m = n\rho \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4r\rho}{3l}.$$

Liczbowo ($r = 10 \text{ }\mu\text{m}$, $l = 100 \text{ m}$): $n \approx 3,18 \cdot 10^7/\text{m}^3$ i $m \approx 0,133 \text{ g/m}^3$.

O wielkości kropelek decydują warunki, w jakich mgła powstaje, i dla różnych rodzajów mgły średnice kropelek mieszczą się przeważnie w przedziale od $10 \text{ }\mu\text{m}$ do $20 \text{ }\mu\text{m}$, ale czasem osiągają rozmiary sięgające $40 \text{ }\mu\text{m}$. Ważne dla kierowców: widoczność ograniczona do 100 m wymaga zmniejszenia prędkości poniżej 80 km/h (przy 50 m poniżej 50 km/h). W niektórych krajach znaki na poboczu autostrad wskazują dopuszczalne prędkości w zależności od widoczności – liczby widzianych przez kierowcę znaczników wzdłuż brzegu pasa ruchu.



Rozwiązanie zadania F 1106.

Niech punkt w odległości x daje ostry obraz w odległości y od soczewki. Punkty przedmiotu znajdujące się nieznacznie bliżej lub nieznacznie dalej niż x są także odwzorowywane „wystarczająco ostro” na obrazie. Załóżmy, że punkt w odległości $x' \neq x$ daje jeszcze wystarczająco ostry obraz odległy o y' od soczewki. Wielkość

$$q = \left| \frac{y' - y}{x' - x} \right|$$

to poszukiwane powiększenie podłużne. Wielkości (x, y) i (x', y') spełniają równanie soczewki o ogniskowej f :

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} &= \frac{1}{f}, \\ \frac{1}{x'} + \frac{1}{y'} &= \frac{1}{f}. \end{aligned}$$

Odejmijmy oba równania stronami:

$$\frac{x' - x}{xx'} + \frac{y' - y}{yy'} = 0.$$

Otrzymujemy:

$$q = \left| \frac{y' - y}{x' - x} \right| = \frac{y'y}{x'x} \approx p^2.$$

Ostatnia, przybliżona równość wynika z faktu, że $p = y/x$ i dla x' bliskich x stosunki y'/x' i y/x są w dobrym przybliżeniu równe. Jest tak, gdy $|x' - x| \ll f$ oraz $|x' - x| \ll x - f$.

