



W 2011 roku poczta amerykańska wyemitowała znaczek z podobizną Marii Goeppert-Mayer

Maria była pierwszą Amerykanką i drugą kobietą w historii, która otrzymała nagrodę z fizyki. W latach 1955–1963 zebrała w sumie 27 nominacji: 26 z fizyki i jedną z chemii. Wśród nominujących ją osób znajdowali się między innymi wybitni fizycy – Max Born, Harold Urey, James Franck, Eugene Wigner, Willis Lamb.

Paradoksalną sprawą są aktualne strony internetowe trzech uczelni, które dawniej nie doceniały Marii – Uniwersytetu Johna Hopkinsa, Uniwersytetu Columbia i Uniwersytetu w Chicago. Wszystkie te uczelnie na liście „swoich” noblistów z dumą umieściły Marię Goeppert-Mayer. Myślę, że gdyby żyła i mogła zabrać głos w tej sprawie, to przynajmniej chciałaby wycofać swoje nazwisko z Uniwersytetu Columbia. Kiedyś odmówiła wpisania afiliacji tej uczelni przy publikacji.

W 1967 roku Maria Goeppert-Mayer była w Warszawie na uroczystościach z okazji 100 urodzin Marii Skłodowskiej-Curie. Zapytana przez prof. Henryka Jabłońskiego, czy ma szczególne życzenia, powiedziała: „chcę odwiedzić Katowice”. Niestety tego nie udało się zrealizować.

Maria pracowała w San Diego do 1972 roku, gdzie zmarła na zator płuc. Los „póletatowej noblistki”, która przez wiele lat była niedoceniana tylko dlatego, że była kobietą, odcisnął piętno na amerykańskiej fizyce. Od 1986 roku Amerykańskie Towarzystwo Fizyczne przyznaje specjalną nagrodę imienia Marii Goeppert-Mayer przeznaczoną dla kobiet-fizyków.

Książka profesora Pośpiesznego doskonale przybliżyła postać wybitnej katowiczanki polskiemu czytelnikowi. Dzięki dostępowi do domowego archiwum fotografii mieszkającej w Kalifornii wnuczki Marii wiele ciekawych fotografii rodzinnych zostało opublikowanych po raz pierwszy. Gorąco polecam książkę „Maria Goeppert-Mayer. Tańcząca z atomami”.



Zadania

Przygotował Dominik BUREK

M 1825. Dany jest pięciokąt wypukły $ABCDE$, w którym

$$\sphericalangle CAB = \sphericalangle BCA = \sphericalangle ECD = \sphericalangle DEC = \sphericalangle AEC.$$

Udowodnić, że CE połowi BD .

M 1826. Na każdej z $2n$ kart napisano pewną liczbę z przedziału $[1, 2]$ (na różnych kartach napisano być może różne liczby). Udowodnić, że można te karty podzielić na dwa stosy tak, aby sumy liczb napisanych na kartach stosów s_1, s_2 spełniały nierówności

$$\frac{n}{n+1} \leq \frac{s_1}{s_2} \leq 1.$$

M 1827. Dane są takie liczby pierwsze p, q , że $p < q < 2p$. Udowodnić, że istnieją takie dwie kolejne liczby całkowite dodatnie, że największy dzielnik pierwszy jednej z nich jest równy p , a drugiej q .

Przygotował Andrzej MAJHOFER

F 1125. W chwili t_0 w całej objętości jednorodnego, kulistego ciała niebieskiego o promieniu R następuje wybuch. W wyniku wybuchu cała masa zaczyna ekspandować. Początkowa prędkość v ekspansji każdego elementu masy jest proporcjonalna do jego odległości r od środka ciała: $v = Hr$. $H > 0$ jest pewną stałą. Jaki warunek musi spełniać początkowa gęstość ρ ciała, żeby opisany wybuch zakończył się ponownym skupieniem całej masy? Stała grawitacji wynosi G .

F 1126. W upalny dzień temperatura w mieszkaniu wynosi $t_p = 30^\circ\text{C}$. Kompresor lodówki ma moc $P = 40\text{ W}$. Jaki jest minimalny czas τ potrzebny do zamrożenia (tzn. zamienienia w lód) $m = 1\text{ kg}$ wody o początkowej temperaturze $t_w = 0^\circ\text{C}$? Ciepło topnienia lodu $L = 334\text{ J/g}$.

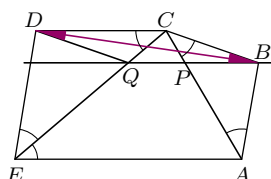
Rozwiązania na str. 24

Rozwiązania zadań ze strony 3



Rozwiązanie zadania M 1825.

Z równości kątów mamy $CD \parallel AE$. Niech prosta przechodząca przez B i równoległa do AE przecina AC i CE odpowiednio w punktach P i Q . Zauważmy, że P i Q dzielą podstawy CA i CE podobnych trójkątów równoramiennych ABC i EDC w tym samym stosunku, więc $\angle CBP = \angle CDQ$. Wobec tego czworokąt $BCDQ$ jest równoległobokiem, a środki odcinków BD i CQ oczywiście się pokrywają.



Rozwiązanie zadania M 1826.

Niech $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{2n}$ będą liczbami zapisanymi na kartach. Udowodnimy, że $s_1 = x_1 + x_3 + \dots + x_{2n-1}$ oraz $s_2 = x_2 + x_4 + \dots + x_{2n}$ spełniają warunki zadania. Nierówność $s_1 \leq s_2$ jest oczywista. Rozważmy drugą nierówność

$$\begin{aligned} \frac{s_1}{s_2} &\geq \frac{x_3 + x_5 + \dots + x_{2n-1} + 1}{x_2 + x_4 + \dots + x_{2n-2} + 2} \geq \\ &\geq \frac{x_2 + x_4 + \dots + x_{2n-2} + 1}{x_2 + x_4 + \dots + x_{2n-2} + 2} = \\ &= 1 - \frac{1}{x_2 + x_4 + \dots + x_{2n-2} + 2} \geq \\ &\geq 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n}{n+1}. \end{aligned}$$



Rozwiązanie zadania M 1827.

Liczby p i q są względnie pierwsze, więc istnieje takie $1 \leq a < q$, że $ap \equiv 1 \pmod{q}$. Rozpatrzmy teraz dwa przypadki.

- Jeśli $1 \leq a \leq p$, to rozpatrzmy dwie kolejne liczby: ap oraz $ap - 1$. Ponieważ $1 \leq a \leq p$, największym dzielnikiem pierwszym liczby ap jest p . Ponadto $ap - 1 \leq p^2 - 1 < q^2$, więc liczba całkowita $(ap - 1)/q$ jest mniejsza od q , zatem żaden dzielnik pierwszy liczby $ap - 1$ nie przekracza q .
- Jeśli $p < a < q$, wtedy $(q - a)p \equiv -1 \pmod{q}$ i $1 \leq q - a < q$. Rozpatrzmy teraz dwie kolejne liczby $(q - a)p$ oraz $(q - a)p + 1$. Ponieważ $q - p < p < a$, więc $q - a < p$, a więc największym dzielnikiem pierwszym liczby $(q - a)p$ jest p . Z drugiej strony

$(q - a)p + 1 < q^2$, zatem liczba całkowita $((q - a)p + 1)/q$ jest mniejsza od q i podobnie jak w pierwszym przypadku żaden dzielnik pierwszy liczby $(q - a)p + 1$ nie przekracza q .



Rozwiązanie zadania F 1125.

Zbadajmy ruch małego elementu masy Δm znajdującego się w chwili początkowej w odległości r od środka ciała. Element ten oddala się od środka ciała z prędkością $v = Hr$ i jest przyciągany grawitacyjnie jedynie przez masę wypełniającą kulę o promieniu r . Masa znajdująca się w odległości od środka większej niż r „ucieka” z prędkością większą niż Hr i nie oddziałuje grawitacyjnie na Δm . Całkowita energia ΔE elementu Δm wynosi:

$$\begin{aligned} \Delta E &= -\frac{4\pi r^3 \rho G \Delta m}{3r} + \frac{1}{2} \Delta m v^2 \\ &= -\frac{4\pi r^3 \rho G \Delta m}{3r} + \frac{1}{2} \Delta m H^2 r^2. \end{aligned}$$

Ekspansja skończy się ponownym skupieniem („zapadnięciem”) masy, jeśli $\Delta E < 0$. Oznacza to, że ekspansja wyhamuje, po czym zakończy się ponownym skupieniem całej masy, jeśli początkowa gęstość masy ciała spełniała warunek:

$$\rho > \frac{3H^2}{8\pi G}.$$



Rozwiązanie zadania F 1126.

Minimalną pracę potrzebną do zamrożenia wody obliczymy, porównując działanie kompresora z odwróconym cyklem Carnota – pobierającym ciepło od wody o temperaturze bezwzględnej $T_1 = t_w + 273$ K i oddającym ciepło otoczeniu o temperaturze bezwzględnej $T_2 = t_p + 273$ K ($T_2 > T_1$), wykonującym przy tym pracę $W = P\tau$. Ciepło pobrane $Q_1 = Lm$, a oddane $Q_2 = Q_1 + W$. Na podstawie II zasady termodynamiki wiemy, że spełniona jest nierówność Clausiusa:

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} \leq 0,$$

czyli ($Q_2 = Q_1 + W$):

$$W = P\tau \geq \frac{T_2 - T_1}{T_1} Q_1 = \frac{T_2 - T_1}{T_1} Lm.$$

Ostatecznie:

$$\tau \geq \frac{(T_2 - T_1)Lm}{T_1 P}.$$

Liczbowo: $\tau \geq 918$ s $\approx 15,3$ minuty.

Studencka Konferencja Naukowa

w ramach obchodów dni prof. Antoniego Hoborskiego

elementsX

24- 26 Października 2025

STATYSTYKA | RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA | MACHINE LEARNING | ANALIZA DANYCH

Z nami odnajdziesz swój matematyczny element!

www.elements.agh.edu.pl