

Kosmiczne latanie

Sławosław Uznański-Wiśniewski uskrzydlił nasze myśli. O planetach, o marzeniach, o przyszłości. Ale ani Sławosław, ani Gagarin, ani nawet Łajka nie byli pierwszymi Ziemianami w Kosmosie. Komu należy się laur pierwszeństwa?

Zanim o tym, cofnijmy się do kapitulacji Niemiec w maju 1945 roku. Do niemieckich zakładów produkcji rakiet pierwsi z aliantów dotarli Amerykanie. Znaleźli setki gotowych i rozłożonych rakiet V-2, a także kluczowe dokumenty i podzespoły. Wszystko to zostało załadowane na 300 wagonów kolejowych i przetransportowane do portu w Antwerpii, a stamtąd do Stanów Zjednoczonych, gdzie stało się podstawą rozwoju programu kosmicznego.

Ładunek trafił na poligon w White Sands Missile Range w Nowym Meksyku. Kluczową operacją towarzyszącą było dowieszenie tam także głównego konstruktora rakiety, Wernhera von Brauna, wraz z ponad 100 członkami jego zespołu. Von Braun został dyrektorem testów, odpowiadał za montaż rakiet, przeprowadzenie testów i analizę wyników. 10 maja 1946 r. w obecności polityków i mediów wystrzelona rakietą V-2 osiągnęła pułap 71 mil (ok. 114 km), zatem przekroczyła umowną granicę atmosfery ziemskiej (100 km). Piszę o tym dlatego, że testy wojskowe prawie od razu były połączone z badaniami naukowymi. Pierwsi Ziemianie, którzy przekroczyli umowną granicę kosmosu i wrócili bezpiecznie z powrotem, wystrzeleni zostali w rakiecie V-2 20 lutego 1947 roku. Osiągnęli wysokość około 109 kilometrów, pozostali tam przez 3 minuty, a następnie opadli na Ziemię w kapsule zawieszanej na spadochronie. Okazało się, że byli w zdumiewająco dobrym stanie, dzięki czemu zaraz do rakiet zapakowano koty, psy, małpy, a na końcu ludzi.

Pionierami podróży w kosmos były zapakowane w niewielki pojemnik wywiltne karłowate, a bardziej po ludzku mówiąc, muszki owocowe *Drosophila melanogaster*.

Dziś nie będę pisać o tym, jak ważnym organizmem modelowym dla nauki jest ta pospolita muszka, ile mutantów stworzono w laboratoriach na całej Ziemi, ani też o tym, że krzyżowanie muszek w setkach buteleczek w „muszym pokoju” Thomasa Morgana dało podwaliny współczesnej genetyki. Nie wspomnę, że muszka jest podobna do człowieka, stanowi model badań jego wielu chorób i fizjologii (o tym polecamy przeczytać w Δ_{25}^7), a także, że aż sześć Nagród Nobla zostało przyznanych za badania nad tym owadem.

Dziś będę pisać o tym, co stanowi esencję bycia muchą: o składaniu jaj na gnijących resztkach, o lataniu oraz o skutecznym umykaniu przed packą i ludzką dłońią.

Mierząca mniej więcej 2,5 mm samica owocówki składa w ciągu trwającego niespełna dwa miesiące życia między 400 a 1000 jaj, każde o wielkości około 0,5 mm. Larwa wykuwa się po 12 godzinach, w ciągu 4 kolejnych dni przechodzi dwie wylinki, zmienia się w poczwarkę i już po mniej więcej 7–10 dniach powstaje dorosły, zdolny do rozmnażania się, owad. Jest on mistrzem manewrów w locie. Jego skrzydła biją z częstotnością 220 razy na sekundę w skomplikowanym, kreślącym

złożone trójwymiarowe figury ruchu. W locie potrafi w ciągu ułamka sekundy zmienić gwałtownie kierunek, aby uniknąć kolizji z obiektami poruszającymi się z podobną dynamiką, umie także latać do tyłu.

Kwestia unoszenia się w powietrzu owadów jest od lat obiektem intensywnych badań. Cytowana przez złośliwców anegdota mówiła, że po latach obliczeń naukowcom udało się wykazać, iż trzmiele nie mogą (tzn. nie mają „prawa”) unosić się w powietrzu. Badania w tunelach aerodynamicznych, z użyciem kamer o szybkości 7500 klatek na sekundę, analiza robotycznych modeli poruszających się w odpowiednio lepkich płynach odkryły tajemnicę owadów, która umknęła badaczom. W ruchu trzepoczących skrzydeł powstaje tak zwany wir krawędzi natarcia tworzący się nad górną krawędzią skrzydła zarówno przy ruchu w przód, jak i w tył. To właśnie ten wir jest odpowiedzialny za dodatkową siłę nośną, a im mniejszy owad, tym szybciej musi poruszać skrzydłami, i tym większy udział wiru w locie zwierzęcia.

Ciało muszki wyposażone jest w wiele sensorów pozwalających znakomicie orientować się w przestrzeni, nawigować w locie, wyszukiwać jedzenie, unikać przeszkód i drapieżników.

Muszka owocowa, jak twierdzi badacz tych zwierząt – profesor Michael Dickinson z California Institute of Technology, ma prawdopodobnie najszybszy system analizy danych wizualnych wśród żywych organizmów. Oprócz złożonych oczu, do błyskawicznych reakcji ciała na zmiany w otoczeniu przyczynia się cały zestaw czujników. Są to przyoczka do ustalania horyzontu oraz receptory znajdujące się na krawędzi i u podstawy skrzydeł, pozwalające odczuwać ich odkształcenia, a także zapachy z otoczenia. Do wykrywania cząsteczek związków chemicznych służą także czułki, a ich dodatkową rolę jest odbiór bodźców mechanicznych. Przezmiarki – zredukowana druga para skrzydeł – działają jak metronom i żyroskop. Do tego dochodzą działające w szczególny sposób mięśnie poruszające skrzydłami, umiejętność nawigowania i utrzymywania kierunku lotu na podstawie wzorów polaryzacji światła słonecznego oraz wyspecjalizowany sposób podążania za nieciągłymi śladami zapachowymi w powietrzu.

Wszystko powyższe wyjaśnia niezwykle możliwości owocówek do rozprzestrzeniania się. Już w latach 30. XX wieku prace Theodosiusa Dobzhansky'ego

wykazały, że odległe o kilkaset kilometrów od siebie populacje muszek z rodzaju *Drosophila* są podobne genetycznie. W latach 80. XX wieku zespół J. A. Coyne przeprowadził eksperyment, w ramach którego z grupy około 60 tysięcy muszek wypuszczonych o godzinie 18:00 na środku pustyni Mojave dwie grupy po 17 sztuk dotarły o godzinie 9 rano do pułapek z bananową pulpą w dwóch oazach oddalonych o 6 km i 15 km od miejsca uwolnienia owadów. Stawia to muszkę w randze ultramaratończyków, pokonały bowiem odległość będącą około 6 milionów razy większą niż długość ich ciała.

O szybkości systemu analizy i reakcji muszki owocowej świadczy też, będąca poza ludzką wyobraźnią i percepcją, umiejętność ucieczki przed packą na muchy. Muszka jest w stanie zobaczyć zbliżający się obiekt i, przewidując jego ruch, zrobić unik: przyjmuje odpowiednie ułożenie nóg i ciała, lekko „przykuca”, wyskakuje w górę i odlatuje w odwrotnym kierunku

niż zbliżająca się packa. Jeżeli owad widzi ją od frontu, przesuwa środkową parę nóg do przodu i wybija się w tył. Jeśli packa zbliża się z tyłu – reakcja jest odwrotna. Jeśli zaś obiekt zbliża się z boku, *Drosophila* ustawia równo nogi, ale wychyla na bok ciało. Całość trwa 200 milisekund i ... pudło!

Myślę o tym, obserwując chmurkę muszek spłoszonych z ciut zleżalej brzoskwini na moim stole. I, zamiast złapać za packę, macham ręką, bo w mojej ludzkiej głowie nie mieści się, że te muszki ze 140 tysiącami neuronów w mózgu mają nieziemskie możliwości.

Odnosiłki literaturowe:

J. A. Coyne i wsp. *Long-Distance Migration of Drosophila*. The American Naturalist 119 (4), 1982

K. J. Leitch i wsp. *The long-distance flight behavior of Drosophila supports an agent-based model for wind-assisted dispersal in insects*. PNAS, 118 (17), 2021

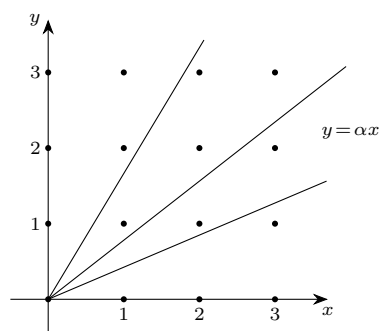
G. Card, M. H. Dickinson. *Visually Mediated Motor Planning in the Escape Response of Drosophila*. Current Biology, 18 (17), 2008

Marta FIKUS-KRYŃSKA

Geometria liczb, algorytmy Herona i Euklidesa oraz ułamki łańcuchowe

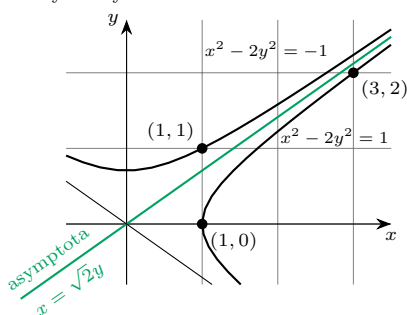
Grzegorz ŁUKASZEWICZ*

*Instytut Matematyki Stosowanej i Mechaniki, Uniwersytet Warszawski



Rys. 1. Proste $y = \alpha x$ dla różnych liczb niewymiernych $\alpha > 0$ i punkty kratowe. Jedynym punktem kratowym leżącym na tych prostych jest początek układu współrzędnych

Czytelnikowi Docieklivemu proponujemy zbadanie, które z własności (W1)–(W4) sformułowanych w dalszej części artykułu mają swoje uogólnienia na różne od $\sqrt{2}$ liczby niewymierne.



Rys. 2. Hiperbole $x^2 - 2y^2 = \pm 1$, ich asymptoty i punkty kratowe (1, 1), (3, 2) na nich leżące (punktu (1, 0) nie bierzemy pod uwagę)

Równanie (1) jest znane jako równanie Pella. Więcej o nim można przeczytać w artykule M. Skałby w Δ_{21}^{12} .

Celem tego artykułu jest przedstawienie, w języku geometrycznej teorii liczb, zagadnienia aproksymacji liczb niewymiernych liczbami wymiernymi, przy użyciu konstrukcji należących do świata starożytnego. Inspiracją dla autora było następujące twierdzenie (podane za [Olds, 2000]).

Twierdzenie 1.1. Każda prosta $y = ax + b$, gdzie a jest liczbą niewymierną, b zaś jest dowolną liczbą rzeczywistą, ma po obu stronach nieskończenie wiele punktów kratowych leżących bliżej niej niż dowolna przypisana odległość $\varepsilon > 0$, bez względu na to, jak małą wartość wybrano dla ε .

Pokażemy **konstruktywny dowód** tego twierdzenia dla $a = 1/\sqrt{2}$, $b = 0$, przypadku związanego z aproksymacją wymierną liczby $\sqrt{2}$. Będzie nas zatem interesowała prosta $x = \sqrt{2}y$ i liczba $\sqrt{2}$, którą wybraliśmy z powodu jej ważnego miejsca w historii matematyki, w świetle kryzysu, który wywołała niegdyś w szkole pitagorejskiej. Wybór konkretnej liczby niewymiernej pozwala też na zobaczenie aproksymacji liczbowych i na dalsze eksperymenty numeryczne. Interesują nas liczby, a nie tylko symbole.

Jest oczywiste, że na prostej $x = \sqrt{2}y$ leży tylko jeden punkt kratowy, którym jest (0, 0).

Pokażemy algorytm dający przybliżenia liczby $\sqrt{2}$ dowolnie blisko z obu stron, jak chce twierdzenie 1.1, i w pewnym sensie najlepszy, a powiązany blisko z jednej strony z **algorytmem Herona** aproksymacji wymiernej liczby $\sqrt{2}$, a z drugiej z **algorytmem Euklidesa** dowodzącym niewymierność tej liczby.

Zauważmy, że np. kolejne ucięcia rozwinięcia dziesiętnego:

1, 1,4, 1,41, 1,414, 1,4142, ...

liczby $\sqrt{2}$ zbiegają do niej z dołu oraz bardzo wolno, a metoda Herona daje bardzo szybkie, znakomite przybliżenia, ale niestety tylko z góry, co wkrótce pokażemy.

Wracamy do twierdzenia 1.1 i zapowiadanego konstruktywnego dowodu. Pomysł jest następujący. Rozważmy dwie hiperbole:

$$(1) \quad x^2 - 2y^2 = -1 \quad \text{ i } \quad x^2 - 2y^2 = 1,$$

które będziemy nazywać odpowiednio górną i dolną. Ich asymptotą jest prosta $x = \sqrt{2}y$ (rys. 2). Jeśli na każdej z hiperbol wskażemy nieskończenie wiele punktów kratowych, to punkty te będą spełniać wymagania twierdzenia 1.1.