



Ciągiem Langforda nazywamy każdy taki ciąg długości $2n$, złożony z liczb $1, 1, 2, 2, \dots, n, n$, że dla każdego $1 \leq r \leq n$ pomiędzy wystąpieniami liczby r znajduje się dokładnie r liczb.

Nie ma ciągów Langforda dla $n = 1, 2$. Mając dane $n = 3$, można wskazać tylko jeden (z dokładnością do rewersu) taki ciąg:

2, 3, 1, 2, 1, 3.

Zachęcam do samodzielnego wyznaczenia ciągu Langforda dla $n = 4$. Co ciekawe, nie ma ciągów Langforda dla $n = 5, 6$, ale dla $n = 7$ są – jednym z nich jest

4, 6, 1, 7, 1, 4, 3, 5, 6, 2, 3, 7, 2, 5.

Ustalmy, dla jakich liczb naturalnych n może istnieć ciąg Langforda długości $2n$. Jeżeli w takim ciągu liczba r po raz pierwszy występuje na pozycji a_r , to jej drugie wystąpienie przypada na pozycję $(a_r + r + 1)$. Zauważmy, że wśród liczb postaci a_r i $(a_r + r + 1)$ dla $1 \leq r \leq n$ każda z liczb $1, 2, \dots, 2n$ pojawia się dokładnie raz. Mamy zatem:

$$\sum_{r=1}^n (a_r + a_r + r + 1) = \sum_{i=1}^{2n} i.$$

Powyższe równanie można łatwo przekształcić do postaci:

$$\sum_{r=1}^n a_r = \frac{n(3n-1)}{4},$$

której lewa strona jest liczbą całkowitą – więc prawa też musi mieć tę własność. Wynika stąd, że n jest liczbą podzielną przez 4 lub przy dzieleniu przez 4 daje resztę 3. Oznacza to, że dla tych liczb naturalnych n , których reszta z dzielenia przez 4 wynosi 1 lub 2, nie ma ciągów Langforda długości $2n$.

Co ciekawe, prawdą jest również naturalne uzupełnienie powyższego stwierdzenia: jeżeli n przy dzieleniu przez 4 daje resztę 0 lub 3, to istnieje ciąg Langforda długości $2n$ (uzasadnienie tego faktu wymaga jednak trochę więcej finezji).

Czego zatem jeszcze o ciągach Langforda nie wiemy? Zdaje się, że wraz ze wzrostem odpowiednich wartości n liczba różnych ciągów Langforda długości $2n$ rośnie bardzo szybko, ale nie ma dokładnego (nawet asymptotycznego) opisu tego wzrostu. Dla $n = 7$ istnieje 26 takich ciągów, dla $n = 8$ jest ich 150, a największą dokładną wartością, jaką znamy, jest ta dla $n = 28$, wynosząca nieco ponad półtora tryliarda.



Z lotu ptaka

Każdy kraj ma ptaki, na jakie sobie zasłużył. Brytyjczycy na przykład za swojego ptaka narodowego uznają rudzika. Spora część populacji wyspiarskiej tego niewielkiego ptaka zostaje przez cały rok na wyspach, szczególnie samce, zwłaszcza ostatnio – wraz z ociepleniem klimatu. Te sympatyczne ptaszki swoim żywym śpiewem umilają życie wyspiarzom nawet w ponure zimowe dni. Cóż, moja jesień zaczyna się raczej wzmożonym krakaniem wymieszanym z wyższymi krzykami gigantycznych stad gawronów i kawek. Ciągną o zachodzie słońca na „nocowanki” na starych drzewach w parku, obok którego mieszkam.

Warszawa niepostrzeżenie zmienia jesienią swój zestaw podskakujących krukowatych – dominującą w lecie wronę siwą zastępują gawrony i kawki. To nasi goście z północy, którzy przylecieli wygrzewać się w dużym mieście, gdzie łatwiej o jedzenie.

I tu dochodzimy do kłopotliwej sprawy. Każde dziecko może zadać przecież niewinne pytanie: Dlaczego ptaki odlatują na zimę i skąd wiedzą, dokąd lecieć i jak wrócić? Dorośli zwykle wymigują się odpowiedzią, że tak nakazuje im instynkt (wersja seniorska), albo że tak nakazują im geny (wersja rodzicielska). Niestety, czuję się w obowiązku zmartwić pokolenie Zet. Obecnie obowiązująca wersja prowadzi do fizyki kwantowej.

Przy podróży na dalekie dystanse ptaki używają wielu metod nawigacji. Kierują się położeniem Słońca i gwiazd, zapamiętują ukształtowanie terenu i znaki wskazujące drogę, np. rzeki, łańcuchy górskie, w czym dodatkowo pomaga

im zmysł węchu. Młode ptaki, podążając za doświadczonymi starszymi, uczą się takich map podróży. Odkąd bada się migrację ptaków, postulowany jednak był dodatkowy sposób odnajdowania właściwej drogi. Są przecież gatunki przemierzające ogromne odległości, które rok po roku wracają do tego samego gniazda na wiosnę. Rekordziści z naszych terenów, jaskółki i bociany, lądują nawet w RPA, czyli ponad 10 tys. km od Polski.

Przyrodnicy uznali, że ptaki (i inne migrujące zwierzęta) kierują się polem magnetycznym Ziemi. W latach 60. wykazano na przykład, że rudziki umieszczone w piwnicy (bez dostępu do światła słonecznego), którym zmieniano pole magnetyczne w ich otoczeniu, wykazywały chęć do lotu w różnych kierunkach. Gołębie z przyklejonymi magnesami gubiły drogę w pochmurne dni. Jednak jak to się dzieje, długo pozostawało zagadką.

Tu trzeba wspomnieć o pracy z 1978 roku, w której fizycy z Instytutu Chemii Fizycznej Maxa Plancka w Getyndze formułują hipotezę o kwantowym podłożu tego zjawiska. Piszą: „Procesy transferu elektronów, dzięki którym powstają pary rodników w koherentnych stanach spinowych (singletowych lub trypletowych), ulegają wpływowi słabych pól magnetycznych. Na podstawie tego odkrycia proponujemy mechanizm działania chemicznego kompasu, który wykazuje wrażliwość na orientację ziemskiego pola magnetycznego wynikającą z anizotropii nadsubtelnego oddziaływania niesparowanych spinów elektronowych w reakcji redoks. Taki mechanizm może wyjaśniać zdolność wielu gatunków biologicznych do orientowania się w polu magnetycznym Ziemi”. W przybliżeniu oznacza to, że istnieją reakcje chemiczne, w których powstają wolne rodniki – czyli atomy z niesparowanymi elektronami. One zaś ulegają wpływowi pola magnetycznego. Jeśli takie sytuacje miałyby miejsce w żywych komórkach – może być to mechanizmem wyczuwania pola magnetycznego Ziemi przez zwierzęta.

Pozostało „tylko” odszukać kandydatów na taki kwantowy detektor. Henrik Mouritsen, biolog z Uniwersytetu w Oldenburgu badający przez wiele lat migrację ptaków, przyznaje, że nigdy nie podejrzewał, że zaprowadzi go to do fizyki kwantowej. Jego zespół szukał kandydata na czujnik pola magnetycznego Ziemi od 2004 roku. Wyniki pracy, do której stopniowo angażowano coraz więcej specjalistów z różnych dziedzin i różnych krajów, opublikowane zostały w magazynie *Nature* w 2021 roku.

Iglą (biologicznego kompasu) w stogu siana było białko ErCRY4 z grupy tzw. kryptochromów. Są to cząsteczki ewolucyjnie stare, występujące i u roślin, i u zwierząt, fotoreceptory, które absorbują niebieskie światło. U roślin regulują m.in. kielkowanie i wzrost, u zwierząt związane są z działaniem cyklu dobowego. ErCRY4 odnaleziono w komórkach na obrzeżach siatkówki oka rudzika. Okazało się także, że synteza tego białka

zwiększa się w okresie, kiedy ptaki wyruszają na wędrówkę.

Eksperymenty laboratoryjne na zsyntetyzowanym w laboratorium białku rudzika i kury domowej wykazały, że ich wrażliwość na pole magnetyczne różni się, jest większa u migrującego, a mniejsza u ptaka osiadłego.

Efekty kwantowe pojawiają się tu wtedy, kiedy foton wzbudza elektrony w kryptochromie i powstają pary rodników, których niesparowane elektrony mają ten sam lub różny spin. Przeskakują między tymi stanami miliony razy na sekundę. Tworzy się układ niezwykle czuły na pole magnetyczne, nawet tak niewielkie, jak pole magnetyczne Ziemi. W zależności od ustawienia względem linii pola jedna z wersji zaczyna przeważać, przez co uruchamiana jest inna reakcja i powstaje inna cząsteczka. To pokazują badania laboratoryjne. Jest prawdopodobne, że ptak, zmieniając położenie ciała w polu magnetycznym Ziemi, wpływa na reakcje zachodzące w komórkach oka, a to rejestrowane jest w mózgu. Rudzik może zatem dosłownie widzieć układ pola magnetycznego, co pomaga mu utrzymać kierunek lotu. To oczywiście tylko hipoteza, na razie nikt nie udowodnił, że efekty kwantowe faktycznie mogą wpływać na percepcję zwierzęcia.

Teoria o kwantowym charakterze zmysłu odczuwania pola magnetycznego Ziemi konkurowała z inną, która zakładała, że w dziobie ptaków znajdują się komórki zawierające magnetyt, a ten, działając jak igła kompasu, pobudza komórki nerwowe i decyduje o utrzymaniu kursu. Okazało się jednak, że wykrywane związki żelaza są raczej produktami rozpadu krwinek, które kumulują się w makrofagach, a nie, jak przypuszczano, w neuronach. Dodatkowo wykazano, że ptaki reagują na układ linii pola, ale nie „rozdzielają” biegunów – inaczej mówiąc, ptak z naszej półkuli, migrujący z północy na południe, przeniesiony na drugą półkulę będzie zmierzał w kierunku równika. To przeczyłoby teorii o miniaturowych igłach kompasu obracających się w osi pn-pd. Zatem dziś uznawana za bardziej prawdopodobną jest hipoteza kwantowa „zmysłu magnetycznego”.

To może z naszymi ptakami nie jest tak źle? Córka sąsiadki zaskoczyła mnie ostatnio pytaniem, dlaczego bociany pojawiają się jako symbol w Portugalii. A przecież wiadomo, że to Polska bocianem stoi. Okazuje się, że portugalskie długonogi nie migrują, a gniazda budują na skalistych klifach nad oceanem. Wychodzi na to, że nasze bociany wolą polecieć na zimę hen daleko, a później wrócić do Polski, niż wygrzewać się na skałach cały rok. Widać, są lepsze niż portugalskie. Lepsze, bo kwantowe.

Marta FIKUS-KRYŃSKA

Literatura

- Schulten i wsp., „A biomagnetic sensory mechanism based on magnetic field modulated electron spin motion”, *Zeitschrift für Physikalische Chemie* 111 (1978).
Xu i wsp., „Magnetic sensitivity of cryptochrome 4 from a migratory songbird”, *Nature* 594 (2021).