



Powaga dnia 1 kwietnia skłania do zadawania niemal egzystencjalnych pytań, jak chociażby następujące:

Czy każdy szanujący się ciąg liczbowy powinien mieć co najmniej dwa elementy?

Powyższe pytanie jest w równym stopniu bezsensowne, jak i żartobliwe, choć istnienie jednoelementowych ciągów to nie żart! Przyjrzymy się sekwencjom, które takie właśnie (nie) są.

Na potrzeby niniejszego tekstu ciąg jednoelementowy definiujemy jako ciąg, który w encyklopedii ciągów całkowitoliczbowych OEIS ma obecnie zapisany dokładnie jeden element. Zwyczajowo do tej bazy danych można zgłosić nowy ciąg, jeżeli ma on co najmniej cztery elementy. Drugim wymogiem jest jednak to, że wszystkie wpisane elementy (razem z przecinkami) mają zajmować nie więcej niż 260 znaków – z tego powodu do bazy trafiły następujące *pozornie* jednoelementowe sekwencje:

- **A115453: Liczby pierwsze w prefiksie rozwinięcia dziesiętnego liczby $\sqrt{2}$.**
Łatwo sprawdzić, że 14, 141, 1414 i kilka kolejnych prefiksów po przecinku liczby $\sqrt{2}$ to liczby złożone. Najmniejszą liczbą pierwszą, którą możemy tam znaleźć, jest prefiks długości 97:
1 414 213 562 373 095 048 801 688 724 209 698 078 569 671 875 376 948 073,
stanowiący jedyny wpis rozpatrywanego ciągu. Znaleźć trzy elementy tej sekwencji – mające, odpowiednio, 225, 11 260 i 11 540 cyfr, więc dopisanie już drugiej liczby spowodowałoby przekroczenie limitu znaków.
- **A118329: Liczby pierwsze w prefiksie rozwinięcia dziesiętnego stałej Catalana.**
Ciąg bardzo podobny do poprzedniego, ale bazujący na mniej popularnej liczbie: stała Catalana to

$$G = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)^2} = 0,915965 \dots$$

Pierwsza liczba pierwsza w prefiksie,

9 159 655 941 772 190 150 546 035 149 323 841 107 741 493 742 816 721,

ma 52 cyfry, a druga ma już 276 cyfr, co ponownie sprawia, że ciąg widnieje jako *pozornie* jednoelementowy.

Trochę inna sytuacja jest z ciągiem A072288, zawierającym

najmniejsze dzielniki pierwsze liczby $(10^{100} + n)$ nie mniejsze niż 14.

Rozkład na czynniki pierwsze googolplexa (piętrowca występującego w powyższej liczbie) nie jest trudny. Lecz gdy zaczniemy do niego dodawać kolejne liczby, to zagadnienie się mocno komplikuje. Wiemy, że po dodaniu do niego 1 otrzymamy liczbę, której najmniejszym czynnikiem pierwszym jest

316 912 650 057 057 350 374 175 801 344 000 001,

czyli jedyny wyróżniony w OEIS element rozpatrywanego ciągu. Jedyny, gdyż choć znane są niektóre inne wyrazy ciągu (np. trzeci jest równy 1429, zaś czwarty 1129), to drugi pozostaje tajemnicą (wiadomo tylko, że musi być większy od 10^{14}).

Dla Czytelnika niepokieszonego faktem, że artykuł traktuje o ciągach, które tak naprawdę mają więcej niż jeden element, przygotowaliśmy aż dwa (!) ciągi, które **być może** są jednoelementowe!

- **A058445: Liczby n takie, że liczba n^2 jest niepodzielna przez 10 i w jej zapisie dziesiętnym występują jedynie cyfry 0, 5 i 6.**

Najmniejszym (i zarazem jedynym znanym) elementem tego ciągu jest

2 236 081 408 416 666.

Obecnie wiadomo, że jeżeli istnieje drugi element tego ciągu, to jest on większy od liczby $2 \cdot 10^{19}$.

- **A058446: Kwadraty niepodzielne przez 10, w których zapisie dziesiętnym występują jedynie cyfry 0, 5 i 6.**
Ten ciąg jak dotąd sprawdzono aż do liczby $4 \cdot 10^{38}$ i znaleziono tylko jeden element:

5 000 060 065 066 660 656 065 066 555 556.

Bardzo bym się zdziwił, gdyby się okazało, że te dwa ciągi faktycznie są jednoelementowe. A jeszcze bardziej bym się zdziwił, gdyby jeden z nich okazał się jednoelementowy, a drugi nie!

Oczywiście można zgłaszać dużo więcej elementów, ale są one przechowywane w osobnych plikach.

Problem otwarty: czy stała Catalana jest liczbą niewymierną?

Celowo pomijamy w tym tekście wątek liczb Riesela A076337, gdyż zasługuje on na osobne opracowanie – i być może kiedyś się go w *Kącie otwartym* doczeka!