

zakaz Pauliego, który zabrania dwóm identycznym cząstkom być na tym samym poziomie energetycznym. Prowadzi to do następującego prawdopodobieństwa przejścia:

$$P(E_1, E_2 \rightarrow E_3, E_4) = c N_1 N_2 (1 - N_3) (1 - N_4).$$

Zauważmy, że powyższy wzór daje zero, jeśli w układzie w danej chwili byłaby cząstka na poziomie E_3 lub E_4 – wzór gwarantuje więc spełnienie zakazu Pauliego. Powtórzenie rozumowania z poprzedniej części artykułu, prowadzi do wzoru

$$N_{F-D}(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E-\mu}{k_B T}\right) + 1},$$

Rozkład Fermiego–Diraca jest nieoceniony w wielu sytuacjach – od zrozumienia tablicy Mendelejewa poprzez opisy ruchu elektronów, zrozumienie półprzewodników aż po zastosowania astrofizyczne, takie jak wyjaśnianie cyklu życia gwiazd i obliczanie wielkości gwiazdy neutronowej.

powszechnie znanego jako rozkład Fermiego–Diraca. W tym rozkładzie średnia liczba cząstek o danej energii jest zawsze mniejsza niż 1.

Okazuje się, że cząstki elementarne budujące materię to zwykłe fermiony – fermionami są elektrony, protony czy neutrony. Jeśli jednak parzysta liczba fermionów utworzy jeden atom, wtedy cały atom będzie się zachowywał jak bozon. Wiele cząstek elementarnych odpowiedzialnych za oddziaływania jest bozonami. Bozonem jest też cząstka światła, czyli foton. A co decyduje o tym, że dana cząstka jest fermionem lub bozonem? To już osobna historia, której niestety nie da się wyjaśnić, używając pojęcia równowagi szczegółowej.

Matematyka i polskie wiersze

Aleksy SCHUBERT*

*Instytut Informatyki, Uniwersytet Warszawski; poeta piszący pod pseudonimem Alx z Poewiki

Niedawno zespół *Coma* przypomniał śpiewaną pierwotnie przez Andrzeja Zauchę piosenkę *Przybysze z Matplanety* ze słowami Magdaleny Wojtaszewskiej i muzyką Rafała Błażejewskiego oraz Marcelego Latoszka.

Fraszka Jana Kochanowskiego *Na matematyka* mogłaby uchodzić za trafne, niemal ostateczne podsumowanie relacji między matematyką a sztuką poezji. Umówmy się bowiem, że choć w obu dziedzinach podstawową materią pracy jest słowo, to matematycy dążą przede wszystkim do maksymalnej jednoznaczności wyrazu, podczas gdy poeci z upodobaniem zanurzają się w robiących wrażenie wieloznacznościach i niejasnościach. Nic więc dziwnego, że przedstawiciele jednej z tych sztuk łatwo okopują się na swoich pozycjach, uznając drugich co najwyżej za ufoludków – dziwacznych przybyszy z jakiejś *Matplanety*, którzy, owszem, posiadają może u siebie pewien *podzbiór tęgich walców*, lecz niewiele mają wspólnego z prawdziwym życiem. Drugim z kolei, równie łatwo jest uznać poetyckie wytwory tych pierwszych za całkowicie niezrozumiałe wodolejstwo. Tymczasem obie te dziedziny mogą z siebie czerpać twórcze inspiracje, o czym spróbuję tutaj nieco opowiedzieć.

Zanim jednak przejdę do właściwego wątku mojej tu prozy, chciałbym wyjaśnić, czym niniejszy tekst jest, a czym nie jest. Przede wszystkim nie jestem literaturoznawcą, który spędził całe życie na zgłębianiu relacji między matematyką a polską poezją; nie należy więc traktować tego tekstu jako głosu eksperta w tej dziedzinie. Jest to raczej zbiór kilku – mam nadzieję – interesujących punktów zaczepienia, ukazujących wybrane powiązania poezji z matematyką, na jakie udało mi się natrafić w swoich czytelnicznych przygodach z matematyką, bez ambicji wyczerpania tematu. Z pewnością można wskazać w nim luki oraz istotne pominięcia, za które z góry przepraszam. Być może jednak w przyszłości znajdzie się ktoś, kto podejmie się stworzenia pełniejszego obrazu tych relacji. Nie byłoby też od rzeczy, gdyby niniejszy tekst został zinterpretowany jako wyraz potrzeby zaistnienia takiego opracowania.

Tymczasem, do rzeczy. Gdy byłem w pierwszej klasie liceum, ktoś zapytał mnie, czy znam trygonometryczną rymowanekę. Odpowiedziałem przecząco, więc zaraz usłyszałem taki oto tekst:

*W pierwszej wszystkie są dodatnie,
w drugiej tylko sinus,
w trzeciej tangens i cotangens,
a w czwartej cosinus.*

Na początku trudno mi było tutaj znaleźć rymy i może nie one są w tym tekście najważniejsze. Ważniejszy od rymów jest rytm. Rytm zaś uzyskany jest tutaj przez powtarzanie wzorca: sylaba akcentowana–sylaba nieakcentowana oraz używanie na przemian wersów ośmio- i sześciosylabowych. Młody adept matematyki chętnie sobie taki wierszyk przyswoi, bo mu będzie łatwiej zapamiętać ważne zależności matematyczne. Może jednak też zaprzysiąc się z faktem, iż tekst ten ma wewnętrzną strukturę, wewnętrzną zasadę kompozycyjną, którą opisuje się wzorami i liczbami. To matematycy lubią. I warto tu wspomnieć, że ogromne połacie polskiej poezji, może niestety tej starszej i mniej modnej obecnie, są ułożone w takie numeryczne wzorce, które w bardziej popularnym fasonie nazywa się trzynastozgłoskowcem (tu warto sobie przypomnieć „Pana Tadeusza” Adama Mickiewicza), w nieco mniej popularnym jedenastozgłoskowcem (tu warto sobie przypomnieć „Monachomachię” Ignacego Krasickiego, z której pochodzi powiedzonko *prawdziwa cnota krytyk się nie boi*). Myślę, że całkiem przyjemnie czyta się te utwory przy dźwiękach również bardzo starych, ale też nasyconych regularnymi wzorcami, sonat Domenico Scarlattiego. Pytanie, dlaczego najpopularniejszy jest trzynastozgłoskowiec, może być ciekawym zadaniem dla matematyka-kognitywisty.

Warto tu podkreślić, że taki styl wpisywania w utwory różnych matematycznych prawidłowości miał swoje źródło w przekonaniu, iż liczby są nośnikiem uniwersalnej, wiecznej struktury, która ma pochodzenie boskie. Mnóstwo tego typu śladów i prawidłowości znajdziemy w „Boskiej Komedii” Dantego Alighieri. Regularność związana z zastosowanym w kompozycji systemem liczbowym nadaje utworom niezwykle charakter, niecodzienne brzmienie. Tak oto matematyczne pojęcie stoi za centralnym motywem kompozycyjnym dawniejszej poezji, ale nic nie stoi na przeszkodzie, aby trafiło tam i dzisiaj, czego dowodzą utwory francuskiej grupy OuLiPo. Niestety możliwości te na gruncie poezji polskiej nie zostały jak dotąd szerzej rozwinięte.

Co jednak rozwinięte zostało? Jeden ważny sposób, w jaki matematyka i jej idee pojawiają się w polskiej poezji, to wyrażanie zauroczenia Platońskimi cechami pojęć matematycznych – te jako doskonałe i wieczne budzą podziw. Tego rodzaju emocje, nieraz wpadające w egzaltację, znajdziemy w *Matematyce* Juliana Tuwima czy bardzo długim poemacie *Nieskończoność* Zbigniewa Bieńkowskiego. Nie chciałbym się tutaj wpisywać w poczet *kpiarzy* z wiersza *Ostrzeżenie* Wisławy Szymborskiej, bo sam nie należę do tych, co *wolą czwartek od nieskończoności* i chętnie przyznam, że nieskończoność jest jednym z tych pojęć matematycznych, które uważam za ciekawe i niezwykle, a jestem matematykiem, bo ta dziedzina ma urok jedyne w swoim rodzaju. Choć pewnie bliżej mi do stonowanego podziwu z wiersza *Liczba Pi* Wisławy Szymborskiej.

Nie da się jednak ukryć, że taka Platońska doskonałość i wielkość często bywają przytłaczające. Właśnie tego rodzaju emocję znajdziemy w wierszu Tuwima *Rachunek*, gdzie *rojne stubiliony* i *mnożące czarne katy* przytłaczają i budzą mroczny niepokój. W podobnym duchu rozwija się też wiersz *Wielka liczba* Wisławy Szymborskiej, gdzie ogromna, natarczywie przygniatająca liczba mieszkańców Ziemi sprawia, że jako jej rezydenci czujemy, iż nasze życie to *kilka znaków pazurkiem na piasku*.

Jest pewna grupa wierszy, w których różne pojęcia matematyczne przewijają się jako wygodne, acz przygodne rekwizyty, budujące narrację i obrazy w wierszu. Znajdziemy w tym stadku *linię prostą* w *Panu Cogito i wyobraźni* Zbigniewa Herberta, *Madrygał probabilistyczny* wśród wierszy Stanisława Barańczaka, a *funkcje*, *ciąg* i *kwadrat* rozsiane po poezji Mirona Białoszewskiego. Matematyka z właściwym sobie „bestiarium” pojęć potrafi znaleźć swoje miejsce w tych tekstach poetyckich i wykonuje solidną pracę, inspirując wyobraźnię do wędrówek w mniej typowe rejony, a język do poszerzania swojej dziedziny.

Skoro mowa o Białoszewskim, jednym z najważniejszych przedstawicieli poezji lingwistycznej, to warto przywołać krótki utwór innego twórcy tego nurtu – Tymoteusza Karpowicza, z tomu *Rozwiązywanie przestrzeni*:

Szersze omówienie tych zależności można znaleźć np. w książce *Dante: Numerological Studies* Johna J. Guzzardo, a przyjemny skrótik na temat tych zależności w artykule prof. Mirosława Lachowicza „Intuicja matematyczna w Raju?” (Δ_{21}^9).

O grupie tej pisał swego czasu prof. Mirosław Lachowicz w artykule „Matematyka i literatura: OuLiPo” na łamach *Delt*y (Δ_{25}^{11}).





przejście graniczne – wyłina
już przez stulecia zamiast skrzydeł
husarz polski niósł miotłę
dla baby jagi pod bronowicami:
mijał twardowskich faustów farysów
peer gyntów w ineksprymablach
a cybernetycznie prawo ich do kroku
granice liczby zerami sprawdzały –
husarz zaszumiał miotłą – przeszedł
jak pterodaktyl przez rozmiękły krzemień
ale przy cieniu zbyt długim celnicy
króciutkim zerem dokoła stwardnieli –
husarz przeżegnał się odkłamywał miotłę
cień pocałował łzę polał odstawił
raz jeszcze siebie odegrał wyłina

W tym tekście eksperymentalne zestawienie rekwizytów historycznych (husarz), baśniowych (Baba Jaga) oraz matematycznych (przejście graniczne) tworzy unikalną przestrzeń myślową. To przestrzeń, w której można pozwolić sobie na intelektualną zabawę: co by było, gdyby z husarzem „prześć do granicy”? Gdyby próbować opisać jego istotę jako funkcję czy jakiś rodzaj zmiennej dążącej do nieskończoności? Czy da się go potraktować jak liczbę – przybliżaną z coraz większą dokładnością wyrażaną liczbą o coraz dłuższej kolejce zer przed pierwszą cyfrą znaczącą? A może husarz i tak wymknie się takiemu pojęciowemu opisowi – i na końcu, niezależnie od matematycznych procedur, stanie „okoniem” gotowy do najbardziej przyziemnych czynności: otrzepania kłaków z przasnej miotły i ponownego wykorzystania zużytej, cielesnej wyłiny? Jest w tym wierszu miejsce na więcej zabawy, ale dalsze wielokrotne jego czytanie połączone z ozdabianiem go zestawem własnych skojarzeń i wędrówek interpretacyjnych zostawiam już Czytelnikom.

Taka wielokrotna lektura przypomina trochę wielokrotne czytanie skomplikowanej definicji.

Na koniec podzielę się kilkoma słowami o dwóch wierszach, w których pojęcia matematyczne bezpośrednio nie występują, ale ich obecność jest dla mnie, matematyka, tak oczywista, że trudno mi się powstrzymać przed dodaniem wzmianki o nich. Pierwszy z nich to utwór *Dworzec* Wisławy Szymborskiej. W wierszu tym *nieprzyjazd do miasta N* stosunkowo szybko kojarzy się z pustką, nicością, czyli z zerem – bardzo ważnym wynalazkiem matematycznym. Brak osoby bliskiej, która odeszła, jest niezwykle dojmujący w tym wierszu. Czasem, gdy napotykam tę liczbę w swoim matematycznym życiu, chcąc głębiej *poczuć* znaczenie tego pojęcia, przywołuję w swojej pamięci właśnie ten utwór.

Drugi tekst to wiersz *Z zabaw i gier dziecięcych* Andrzeja Bursy. Końcowe

jak ci się nic nie przysni
r e m i s

to niezwykle uderzające przypomnienie, że zdeterminowanie gry – tak często obecne w matematycznych modelach growych – nie jest wcale cechą oczywistą i wymaga nieraz sporo pracy nad konstrukcją modelu, żeby rzeczywiście miało miejsce, żeby rzeczywiście dało się skorzystać z różnego rodzaju przewidywalnych zachowań wynikających z jego istnienia.

Gra jest zdeterminowana, jeśli jej zasady nie dopuszczają remisów.

Wyłania się z tych kilku drobnych wycieczek obraz relacji między matematyką a poezją, który niekoniecznie da się zamknąć w ramach odpychania dwóch obcych sobie światów. Widać z tego, że możliwe jest twórcze ich współistnienie z bogatymi

wzajemnymi powiązaniami. Matematyka nie musi w poezji występować jawnie – w postaci wzorów, liczb czy definicji – by realnie na nią oddziaływać: bywa obecna w rytmie, strukturze, w idei granicy, zera czy nieskończoności, w sposobach porządkowania doświadczenia i w napięciach między tym, co policzalne, a tym, co wymyka się rachunkowi. Poezja z kolei potrafi nadać pojęciom matematycznym ciężar emocjonalny i egzystencjalny, którego nie da się ująć w definicjach. Jeśli więc gdzieś między jednoznacznością a wieloznacznością, rygiem a swobodą, precyzją a niedopowiedzeniem rodzi się przestrzeń wspólna – to właśnie tam matematyka i poezja spotykają się najciekawiej, wzajemnie się dopełniając i inspirując. Może się na ich styku pojawić też uśmiech, jak w wierszyku *Trudny rachunek* Juliana Tuwima. Sprawdźcie sami, czego doliczyły się tam jego bohaterki.