



Jednak więcej, niż sądził Erdős

W maju 2026 roku, niedługo przed oddaniem niniejszego numeru *Delty* do druku, niemalym echem odbiła się wśród matematyków następująca informacja: sztuczna inteligencja rozstrzygnęła postawioną w 1946 roku hipotezę Paula Erdősa o „grafach jednostkowych odległości”, jeden z najbardziej znanych problemów z tzw. geometrii kombinatorycznej.

Pytanie dotyczyło takich zbiorów punktów na płaszczyźnie, które maksymalizują liczbę odcinków długości 1 o końcach w tych punktach. Dla przykładu, optymalny układ 12 punktów przedstawiony jest na marginesie (kolorem oznaczono odcinki jednostkowe). Erdős zauważył, że ułożenie n punktów w kratę $\lfloor \sqrt{n} \rfloor \times \lfloor \sqrt{n} \rfloor$ o odpowiednio dobranej szerokości pozwala uzyskać $Cn^{1+\frac{c}{\log \log n}}$ odcinków jednostkowych (dla pewnych stałych $C, c > 0$). Podejrzał również, że asymptotycznie lepiej się nie da.

Jak się właśnie okazało, da się. Rozwijany w firmie OpenAI wewnętrzny model ogólnego zastosowania wygenerował konstrukcję, w której liczba wierzchołków n może być dowolnie duża, zaś liczba odcinków jednostkowych między nimi jest większa niż $Dn^{1+\varepsilon}$ dla pewnych stałych $D, \varepsilon > 0$. Po przedstawieniu polecenia (sprowadzającego się do opisu hipotezy) działania modelu nie były w żaden sposób nadzorowane, dopiero gdy zajmujący około trzy strony wynikowy dokument został oceniony jako „dobrze rokujący” przez (jakżeby inaczej!) inny model, konstrukcja została zweryfikowana przez badaczy z OpenAI i zewnętrznych specjalistów.

Co zrozumiałe, więcej emocji niż sam fakt rozstrzygnięcia hipotezy wzbudziło to, że kontrprzykład powstał w układach skalonych, a nie białkowych. Oczywiście o rozwiązywaniu z wydatną pomocą krzemowej inteligencji (lub po prostu przez nią samą) różnych otwartych problemów słyszało się od pewnego czasu dość regularnie. Wielu zbywało jednak te nowinki, przypisując im dość lekceważącą łatkę „nisko wiszących owoców” – zagadnień, które pozostawały otwarte przede wszystkim ze względu na brak zainteresowania odpowiednio szerokiego grona matematycznej społeczności. Tego z pewnością nie da się powiedzieć o opisaniej hipotezie Erdősa, nad którą zastanawiał się być może każdy specjalista z geometrii kombinatorycznej, jak również – choćby ze względu na jej proste sformułowanie – wielu matematyków innych specjalizacji oraz amatorów.

Wartość ε wynikająca z dowodu dostarczonego przez OpenAI była rzędu 10^{-38} . Jeszcze w maju Will Sawin pokazał, że wiele kroków oryginalnego rozumowania można wzmocnić, uzyskując w ten sposób $\varepsilon > 0,014$.

Polecamy w tym miejscu tekst Przemysława Chojckiego, opublikowany w niniejszym numerze *Delty*, w którym autor opisuje, jak przy wsparciu ChataGPT-5.4 rozwiązał problem Erdősa nr 1148.

Fakt ten podsumowuje następujący komentarz Timothy’ego Gowersa, medalisty Fieldsa: (...) *gdyby ten artykuł napisał człowiek i wysłał go do „Annals of Mathematics”, a ja zostałbym poproszony o szybką opinię, bez zastanowienia rekomendowałbym publikację.*

Jest to bodaj pierwszy wynik matematyczny wygenerowany przez maszynę, który zasłużył na tak pochlebne komentarze ze strony prominentnych przedstawicieli środowiska matematycznego. Świadczy to o tym, że krzemowe sieci neuronowe potrafią wytworzyć rozumowania matematyczne na poziomie światowej czołówki ludzkich (jak dotąd nie ma innych) badaczy.

Czy poza odpowiedzią na długo nierozstrzygnięte pytanie przedstawiony kontrprzykład poszerzył granice ludzkiego rozumienia? Thomas Bloom, prowadzący stronę erdosproblems.com, odpowiada (...) *ostrożnie tak: pokazuje on, że konstrukcje teoriiliczbowe odgrywają w tego typu pytaniach znacznie większą rolę, niż sądziliśmy, a ponadto że istotne w tym kontekście wyniki teoriiliczbowe potrafią sięgać bardzo głęboko.* Studząco dodaje również, że (...) *nie wprowadza on żadnych potężnych narzędzi geometrycznych tudzież jak dotąd niespodziewanych rezultatów dotyczących struktury problemu, których wymagałby dowód słuszności hipotezy Erdősa.*

Jakie ma to konsekwencje dla Królowej Nauk?

Niepewność tego „co dalej?” łączy najwybitniejszych z początkującymi. Dość przytoczyć słowa Nogi Alona: (...) *mam poczucie, że narzędzia AI mają potencjał, by zupełnie zmienić sposób uprawiania matematyki. Spektakularne rozwiązanie problemu Erdősa przekonuje mnie, że ciężko przeszacować zakres tych zmian.* Sztuczny Inteligent stał się już istotnym narzędziem pracy matematyka i w tym zakresie im to narzędzie jest sprawniejsze, tym (*ceteris paribus*) lepiej dla rozwoju tej nauki. Jednocześnie nawet obecny stan zaawansowania modeli językowych, a tym bardziej realizacja hipotetycznego scenariusza, w którym AI zaczyna cechować się *nadludzką* (cokolwiek to znaczy) matematyczną kreatywnością, niesie z sobą istotne wyzwania dla społeczności matematyków. Cokolwiek się stanie, nie umniejszy intelektualnego uroku tej dyscypliny – jednego z głównych powodów, dla którego od wieków przyciąga ona do siebie ludzkie umysły.

Wykorzystane tu cytaty pochodzą z artykułu *Remarks on the disproof of the unit distance conjecture*, dostępnego w serwisie arXiv, w którym dziewięcioro wybitnych matematyków przedstawia uporządkowaną wersję dowodu dostarczonego przez OpenAI, jak również dzieli się swoimi refleksjami na temat tego dokonania.

Łukasz RAJKOWSKI