



Bartłomiej PAWLIK

Politechnika Śląska

Mój syn miał dużo szczęścia, że nie wiedziałem o istnieniu tego imienia, gdy przychodził na świat.

Miłość niejedno ma imię, a kwadrat niejedno ma znaczenie. Kwadratami są pewne figury płaskie (choćby ta: $\square$), ale też niektóre liczby, na przykład 289. Kwadrat to także męskie imię w tradycji chrześcijańskiej – był nawet św. Kwadrat, zwany Apologetą. Wreszcie kwadratem może być słowo, np. TATA, DZIADZIA...

A czym jest słowo? Słowo to ciąg znaków pochodzących z ustalonego zbioru, zwanego alfabetem. Dla każdego skończonego słowa $W = w_1 w_2 \dots w_n$ kwadratem jest słowo $WW = w_1 w_2 \dots w_n w_1 w_2 \dots w_n$. Zatem kwadrat można uzyskać, łącząc ze sobą dwie kopie pewnego słowa. Przetasowany kwadrat uzyskamy natomiast, gdy te kopie ze sobą „przetasujemy”: Słowo $S = s_1 s_2 \dots s_{2n}$ nazywamy *przetasowanym kwadratem*, jeżeli istnieją takie rozłączne zbiory indeksów $I = \{i_1, i_2, \dots, i_n\}$ i $J = \{j_1, j_2, \dots, j_n\}$, że $i_1 < i_2 < \dots < i_n$, $j_1 < j_2 < \dots < j_n$ oraz dla każdego $1 \leq r \leq n$ zachodzi $s_{i_r} = s_{j_r}$. W myśl tej definicji dwiema „tasowanymi” kopiami tego samego słowa są $S_1 = s_{i_1} s_{i_2} \dots s_{i_n}$ oraz $S_2 = s_{j_1} s_{j_2} \dots s_{j_n}$.

Przykładowym przetasowanym kwadratem jest słowo 01001000 – wystarczy przyjąć $I = \{1, 2, 3, 6\}$ oraz $J = \{4, 5, 7, 8\}$. Bezpośrednie użycie definicji jest – jak widać – nieporęczne. Na szczęście istnieją wygodniejsze sposoby reprezentacji faktu, że słowo jest przetasowanym kwadratem: chociażby poprzez podkreślanie liter o indeksach ze zbioru I i nadkreślanie liter o indeksach ze zbioru J w słowie S :

01001000.

Oczywiście nie jest prawdą, że przetasowanym kwadratem jest każdy *tangram* (słowo zawierające parzystą liczbę wystąpień każdej litery z danego alfabetu): świadczy o tym chociażby 0110. W zbiorze wszystkich 256 słów binarnych długości 8 dokładnie 82

to przetasowane kwadraty. Ogólnie rzecz biorąc, liczba binarnych przetasowanych kwadratów długości $2n$, poczynawszy od $n = 1$, układa się w ciąg 2, 6, 22, 82, 320, 1268, 5102, 20632, 83972, 342468, ...

W encyklopedii OEIS ciąg ten ma numer A191755.

Jak wygląda wzór ogólny tego ciągu? Nie wiadomo, choć są na świecie ludzie, którzy chcieliby go poznać. Zdaje się, że to karkołomne zadanie – zwłaszcza że określenie, czy dane słowo (nawet binarne!) jest przetasowanym kwadratem, jest problemem NP-zupełnym.

Z drugiej strony od całkiem niedawna wiemy, że każdy odpowiednio długi binarny tangram prawie na pewno jest przetasowanym kwadratem. „Prawie na pewno” oznacza tutaj, że prawdopodobieństwo, że losowo wybrany binarny tangram jest przetasowanym kwadratem, dąży do 1 przy $n \rightarrow \infty$.

Autorami dowodu datowanego na grudzień 2025 są Xiaoyu He i Logan Post z Georgia Institute of Technology w Atlancie.

Powyższy wynik nie jest trywialny, ale względnie łatwo można wykazać, że liczba binarnych przetasowanych kwadratów długości $2n$ jest nie mniejsza niż $\binom{2n}{n}$. Polecamy Czytelnikom próbę znalezienia algorytmu, który różnym ciągom binarnym o n jedynkach i n zerach (tych jest właśnie $\binom{2n}{n}$) przypisuje różne przetasowane kwadraty długości $2n$ (przykład na stronie 3).

Człowiek o AI (7)

* ulam.ai

Terence Tao, problemy Erdősa i AI

Przemysław CHOJECKI*

Thomas Bloom to brytyjski matematyk, który od kilku lat prowadzi stronę erdosproblems.com. Paul Erdős zostawił po sobie ponad tysiąc problemów – głównie z teorii liczb i kombinatoryki – z których wiele do dzisiaj pozostaje nierozwiązanych. Bloom stara się zebrać je wszystkie i skatalogować.

Pod koniec grudnia 2025 roku na stronie Blooma zaczął panować ruch większy niż zwykle. Nowe wpisy, nowe podejścia do starych problemów, pierwsze udane ataki na problemy, którymi nikt nie zajmował się od 50 lat. Powód? Pojawienie się GPT-5.2 od OpenAI w publicznym dostępie.

Terence Tao jest jednym z najbardziej znanych matematyków na świecie. Medalista Fieldsa, nieustrudzony edukator, który prowadzi poczytny blog, ma na swoim koncie liczne wykłady na świecie i skupia wokół siebie dziesiątki współpracowników. Ostatnio znalazł sobie nowe hobby – AI. Dawniej sceptyk – zachowały się jego wypowiedzi, w których wątpi w szeroką użyteczność sztucznej