

Francuska misja geodezyjna 1792–1799

Grzegorz ŁUKASZEWICZ*

Podboje będą przychodzić i odchodzić, ale to dzieło przetrwa.

Napoleon Bonaparte



Jean Baptiste Delambre (1749–1822)



Pierre-François Méchain (1744–1804)



Rys. 1. Koło powtarzające Bordy przeznaczone do precyzyjnych pomiarów geodezyjnych, zbudowane dla ekspedycji w pracowni Etienne'a Lenoira
Źródło: Rama, CC BY-SA 3.0 FR via Wikimedia Commons

Problem ujednolicenia systemu miar

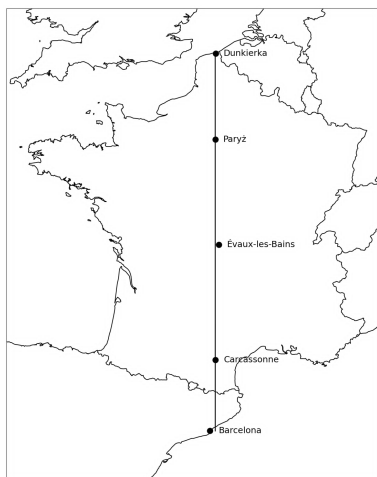
Uczni Oświecenia wyrażali opinię – wynikającą z *nakazu rozumu* – że jednostki miar powinny być uniwersalne, takie same dla wszystkich. To ułatwi wiele aspektów życia społecznego, np. wymianę handlową, badania naukowe czy podróżowanie. Ideały Rewolucji Francuskiej były zgodne ze wskazaniami uczonych w nowym, ważnym aspekcie – równości wszystkich ludzi.

Wszyscy powinni być równi wobec prawa, mieć taki sam dostęp do wszystkich rzeczy, w tym do uniwersalnych jednostek miar. W szczególności, aby być własnością wszystkich, jednostka długości powinna opierać się na zrozumiałych dla każdego podstawach, a nie być ustanowioną arbitralnie. Po wcześniejszym rozważeniu innych propozycji w marcu 1791 roku Zgromadzenie Narodowe zaaprobowало propozycję nowej jednostki – *jednego metra*, równego w zamyśle jednej dziesięciomilionowej długości części południka, od bieguna północnego do równika. Kula ziemiska jest bowiem wspólna dla wszystkich, ponadto, jak zakładano, jej kształt jest niezmienny w czasie, a wszystkie południki są równe.

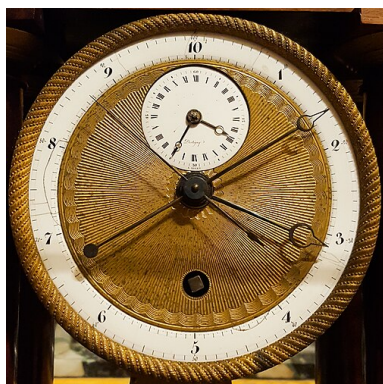
Komisję proponującą powyższą definicję jednego metra stanowili akademicy: Jean-Charles de Borda, Marquis de Condorcet, Joseph-Louis Lagrange, Pierre-Simon Laplace, Antoine-Laurent Lavoisier i Gaspard Monge.

Oczywistym szkopułem tego wyboru określenia nowej jednostki długości był sam problem zmierzenia długości południka oraz koszty przedsięwzięcia, stanowiące w przybliżeniu trzykrotną wartość wszystkich rocznych wydatków operacyjnych Akademii. Projekt opierał się na zmierzeniu, metodą triangulacji, długości południka przechodzącego przez centrum Obserwatorium Paryskiego, od dzwonnicy w Dunkierce do zamku Montjuïc w Barcelonie (rys. 2). W rezultacie metr zdefiniowano jako dziesięciomilionową część długości południka od równika do bieguna, ekstrapolowaną dla przyjętego spłaszczenia Ziemi na biegunie; po rozważeniu wyników badań przeprowadzonych przez Francuską Misję Geodezyjną w latach 1792–1799 i wyników pomiaru łuku południka w Ekwadorze ustalonego przez Francuską Misję Geodezyjną w Ekwadorze w latach 1735–1744, zobacz [Ferreiro, 2011], [Łukaszewicz, 2024]. Nowa ekspedycja miała do dyspozycji bardzo precyzyjny instrument pomiarowy, tzw. koło powtarzające Bordy (rys. 1), uzasadniający podjęcie po raz kolejny obliczenia długości południka paryskiego. Sam Jean-Dominique Cassini (Cassini IV) przyznał: „*Instrumenty mojego ojca i dziadka pozwalały na pomiar z dokładnością do piętnastu sekund; instrument pana Bordy może mierzyć z dokładnością do jednej sekundy*”.

W czerwcu 1792 roku rozpoczęto realizację projektu. Z Paryża wyruszyło dwóch członków Akademii Francuskiej, uczniów Jérôme'a Lalande'a, czołowego francuskiego astronoma – Jean Baptiste Delambre udał się na północ, a Pierre-François Méchain na południe. Obaj powrócili do Paryża dopiero w listopadzie 1798 roku, po serii mrozących krew w żyłach przygód, opisanych w fascynującej książce [Adler, 2002]. Planowanie projektu i początek jego realizacji odbyły się jeszcze w czasach chylącej się ku upadkowi monarchii, która ostatecznie upadła w sierpniu 1792 roku. We wrześniu ustanowiono Republikę. W lutym i marcu 1793 roku rozpoczęły się kolejno wojny pomiędzy Francją a Prusami i Francją a Hiszpanią, w sierpniu zlikwidowano Akademię Francuską, a we wrześniu rozpoczął się terror, który zakończył się w lipcu 1794 roku zgilotynowaniem Robespierre'a, a w międzyczasie spotkało to wielu uczonych francuskich, w tym Antoine'a-Laurenta Lavoisiera (8 maja 1794 r.). Nastąpił czas spokojniejszy, zakończono wojny, a w czerwcu 1795 roku restytuowano Akademię Francuską. Następnie zaczyna się epoka Napoleona, który już w maju 1796 roku



Rys. 2. Południk przechodzący przez Paryż, od Dunkierki do Barcelony



Rys. 3. Francuski zegar dziesiętny z czasów Rewolucji Francuskiej. Duża tarcza pokazuje cyframi arabskimi dziesięć godzin dnia dziesiętnego, podczas gdy mała tarcza pokazuje cyframi rzymskimi dwa 12-godzinne okresy standardowego dnia 24-godzinne
Źródło: DeFacto, CC BY-SA 4.0 via Wikimedia Commons



Rys. 4. Metr standardowy na placu Vendôme w Paryżu, przy Hotelu de Bourvallais. W widocznych miejscach w miastach i miasteczkach Francji umieszczano taki metr standardowy dla użytku mieszkańców, czasem w postaci pręta przytwierdzonego do ściany
Źródło: Chabe01, CC BY-SA 4.0 via Wikimedia Commons

najeżdżał Włochy, a dwa lata potem rozpoczął ekspedycję na Egipt, z której powrócił w październiku 1799 roku, aby miesiąc później dokonać zamachu stanu i przewrotu.

Po burzliwych dyskusjach w Międzynarodowej Komisji Miar i Wag, która obradowała w Paryżu od września 1798 roku, aby ostatecznie zaakceptować w czerwcu 1799 roku dane pomiarów południka zebrane przez Delambre'a i Méchaina, w czerwcu tego samego roku ostateczny, platynowy wzorzec metra został przedstawiony legislaturze.

Od decyzji Napoleona, jako Pierwszego Konsula, a potem Imperatora, a także (od 1801 r.) przewodniczącego Akademii Francuskiej, w kwestii wprowadzenia we Francji i rozpowszechnienia w podległych mu krajach jednostki jednego metra zależało bardzo dużo. Przypomnijmy tylko w skrócie, że w 1801 roku system metryczny został oficjalnie obowiązującym systemem pomiarowym we Francji, a w 1812 roku, tuż przed inwazją na Rosję, Napoleon nałożył na ten system pewne restrykcje, kierując się nastrojami społecznymi. Ostatecznie system metryczny obowiązuje we Francji dopiero od 1840 roku.

Projekt spotkał się ze zdecydowanym sprzeciwem prawie całego społeczeństwa. Jedno to pomysły uczonych w służbie szaleństw Rewolucji (do tych ostatnich należał zegar dziesiętny o dziesięciu godzinach, stu minutach i stu sekundach, wprowadzony na krótko, używany w latach 1794–1800, rys. 3), a drugie to codzienne życie zwykłych Francuzów. Ówczesne szacunki mówią o istnieniu we Francji okresu *ancien régime* oszalałającej liczby 250 000 różnych jednostek wag i miar, pod blisko ośmioma setkami nazw. Liczby te mówią o przywiązaniu do tradycji i lokalnych zwyczajów. Używane miary i wagi były jak najbardziej racjonalne, gdyż służyły ochronie rynków lokalnych w małych miasteczkach, a także były zgodne z ochroną tzw. ekonomii uczciwej. Na przykład cena chleba mogła być stała, ale w latach nieurodzajów chleb był mniejszy i każdy to rozumiał. Stare miary były antropometryczne. Odnosiły się do nakładu ludzkiej pracy, areal rolny mógł być mierzony według liczby zbieranych z niego plonów, co zależało od jakości ziemi i innych czynników, a nie liczbą „niehumanicznych” arów czy hektarów. *Nasze metody pomiarów określają, kim jesteśmy i co cenimy.* (Również dzisiaj nakłada się z góry na nasze życie rozmaite normy ujednolicające, które czasem bardzo nas uwierają i przeciwko którym się buntujemy).

Przeciwko nowej definicji jednego metra protestowali także niektórzy uczeni. Krytykowane były trudy i ogromne koszty przedsięwzięcia, a także wątpliwość związana z dokładnym ustaleniem tej jednostki. Do tego dochodziły koszty jej powszechnego wprowadzenia w życie, w tym wyprodukowanie ogromnej liczby kijów mierniczych o długości jednego metra oraz nauczanie, a wcześniej przekonanie ludności do posługiwania się nimi (rys. 4). To ostatnie było bardzo trudne. Używanie niektórych starych metod zachowało się we Francji gdzieś niedługo jeszcze dłużej, nawet w XX wieku.

Kłopoty z danymi

W świecie naukowym zainteresowanie przedsięwzięciem misji geodezyjnej i jej wynikami było duże. Na ostatnim etapie wyznaczania przez Delambre'a północnej linii bazowej w pobliżu Melun uczestniczył Pierre-Simon Laplace i główny inżynier kraju. Przyjechali też na krótko, w roli obserwatorów, inni uczeni, między innymi główny astronom Francji Jérôme Lalande, Louis-Antoine Bougainville oraz Alexander von Humboldt.

Od września 1798 roku Międzynarodowa Komisja Miar i Wag czekała w Paryżu na dane misji geodezyjnej Delambre'a i Méchaina oraz zatwierdzenie, po stosownych przeliczeniach, kluczowej liczby – długości jednego metra. Delambre dostarczył swoje dane na czas, podczas gdy Méchain zwlekał z dostarczeniem swoich. Dlaczego? Sprawa wyjaśniła się dużo później, już po śmierci tego ostatniego, w 1804 roku, kiedy to Delambre, otrzymawszy jego pełną dokumentację, odkrył pewne matactwa Méchaina. Problem z danymi

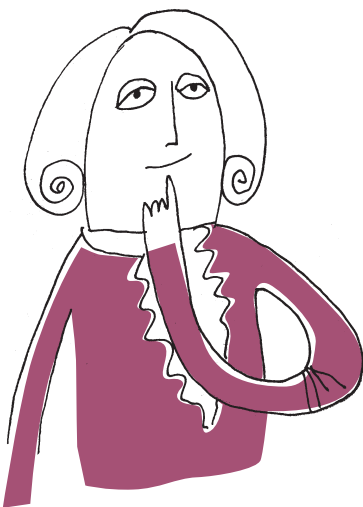
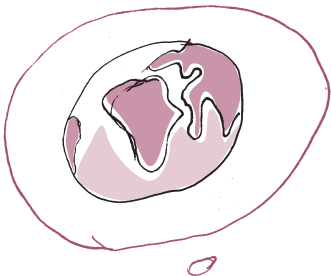
Méchaina polegał na tym, że podczas pomiarów w Barcelonie w latach 1792 i 1793 uzyskał on dwa różne wyniki szerokości geograficznej, różniące się o blisko 3 sekundy kątowne. Pomiary były wykonane w Zamku Montjuïc oraz w jego hotelu. Zamiast zgłosić niespodziewaną rozbieżność, Méchain sfalszował część danych, obawiając się, że podważy to jego reputację perfekcjonisty, oraz skandalu. Zapisywał dane ołówkiem na luźnych kartkach, co pozwalało mu na późniejsze dopasowywanie liczb tak, aby wynik końcowy wydawał się bardziej spójny i zgodny z oczekiwaniami. Należy podkreślić, że Méchain był człowiekiem uczciwym, a to, co zrobił, było jego osobistym dramatem, następstwem wzięcia na siebie pełnej odpowiedzialności za niezgodność pomiarów i niezgody na tę niezgodność. Méchain prezentował niewłaściwe, z dzisiejszego punktu widzenia, podejście do pojęcia *błędu*. Niezgodności pomiarów szerokości geograficznej Barcelony z 1792 i 1793 roku nie były wynikiem niedbalstwa, mogły być natomiast wynikiem wielu czynników, takich jak zużycie się pewnych elementów koła powtarzającego Bordy, zniekształceń pomiarów z przyczyn atmosferycznych, nieznanymi wówczas anomaliami grawitacyjnymi czy dołączenia do pomiarów dodatkowych gwiazd. Problem, z którego Méchain nie zdawał sobie sprawy, wynikał także z niezrozumienia w owym czasie różnicy między *precyzją* pomiarów (wewnętrzną spójnością wyników pomiarów) i ich *dokładnością* (stopniem, w jakim wyniki te zbliżają się do „prawidłowej odpowiedzi”). Dążenie do doskonałej precyzji nie gwarantowało dokładności, np. w przypadku wady aparatu pomiarowego.

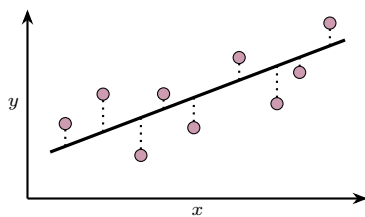
Kiedy członkowie Komisji przeliczyli dane ekspedycji, każdy na swój sposób – Legendre na przykład użył wyrafinowanej geometrii na elipsoidzie – odkrył dwie szokujące niespodzianki. Po pierwsze, spłaszczenie Ziemi na biegunach było według tych pomiarów ponad dwa razy większe od tego otrzymanego pół wieku wcześniej w misji Ekwadorskiej, 1/150 wobec 1/334 (rys. 6). Po drugie, potwierdziły się wcześniejsze podejrzenia Laplace’a i geodety Rogera Boskovicha, że Ziemia najprawdopodobniej nie jest bryłą obrotową, że ma duże nieregularności. Méchain w liście do kolegi pisał:

Nasze obserwacje pokazują, że krzywizna Ziemi jest niemal kołowa od Dunkierki do Paryża, bardziej eliptyczna od Paryża do Évauux, jeszcze bardziej eliptyczna od Évauux do Carcassonne, a następnie powraca do poprzedniej eliptyczności od Carcassonne do Barcelony. Dlaczego więc Ten, który ukształtował nasz glob własnymi rękami, nie dołożył większej staranności...? Tego oni nie potrafią pojąć. Jak to się stało, że zgodnie z prawami ruchu, ciężaru i przyciągania, które Stwórca zapewne ustanowił, zanim przystąpił do dzieła, pozwolił tej źle uformowanej Ziemi przybrać tak nieregularny kształt, dla którego nie ma lekarstwa, chyba że musiałby zacząć od nowa?

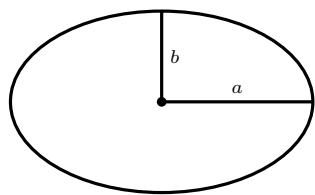
W tej sytuacji założenie o równości wszystkich południków traciło sens, a w konsekwencji implikowało bezsensowność całego przedsięwzięcia misji geodezyjnej.

Coś trzeba było z tym zrobić, jakoś to ukryć (!) przed sponsorami i niewtajemniczonymi w pomiary, by przedstawić światu oczekiwaną liczbę – długość jednego metra. Oczywiście nikt tu nie chciał oszukiwać; na naradach Komisji uznano, po dalszych obliczeniach, że wynik spłaszczenia Ziemi na biegunie sprzed pół wieku jest jednak bardziej wiarygodny, a o domniemanej nieregularności kształtu Ziemi nie należy wspominać. Komisja przedstawiła liczbę 443,296 wyrażoną w starej jednostce paryskiej *ligne* (1 *ligne* to jedna dwunasta cala). Wkrótce przystąpiono do wykonania niezwykle kosztownego, platynowego wzorca metra. Zajął się tym osobiście wybitny producent instrumentów Etienne Lenoir, ten sam, w którego pracowni powstało koło powtarzające Bordy. Uroczysta ceremonia prezentacji platynowej sztaby odbyła się 22 czerwca 1799 roku. Podniosłe przemowy wygłosili wybitni uczeni, w tym Pierre-Simon Laplace. Wtajemniczeni bardzo dobrze zdawali sobie sprawę, że obliczenia Komisji i, co za tym idzie, platynowy wzorec jednego metra to tylko pozory prawdy.





Rys. 5. Metoda najmniejszych kwadratów dla niewiadomej zależności liniowej. Na podstawie dziewięciu rozstrzelonych pomiarów na rysunku znajdujemy spodziewaną dla danego zagadnienia zależność liniową przez nałożenie warunku, że suma kwadratów długości odcinków zaznaczonych liniami przerywanymi ma być najmniejsza z możliwych



Rys. 6. Splatczenie Ziemi przy biegunach jest określone wzorem $\frac{a-b}{a}$. Podstawiając do niego dane a i b przyjęte obecnie (WGS-84), otrzymujemy w przybliżeniu $\frac{1}{298}$. Splatczenie $\frac{1}{334}$ przyjęte przez Komisję w roku 1799 jest bliższe obecnemu od splatczenia $\frac{1}{150}$ obliczonego na podstawie danych misji geodezyjnej 1792–1799

$$S = 2a\pi \left(1 - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(2i)!^2}{(2^i \cdot i!)^4} \cdot \frac{e^{2i}}{2i-1} \right) \\ = 2a\pi \left(1 - \left(\frac{1}{2} \right)^2 e^2 - \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \right)^2 \frac{e^4}{3} - \left(\frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \right)^2 \frac{e^6}{5} - \dots \right)$$

Rys. 7. Szereg C. Maclaurina z 1742 roku. Symbol e oznacza mimośród elipsy, czyli $e = \sqrt{1 - (b/a)^2}$

Dziś wiadomo, że błędy pomiarowe są nieuniknione i należy posługiwać się uśrednieniami i metodami statystycznymi. Już na początku XIX wieku dane tejsze misji geodezyjnej opracowano zupełnie inaczej. Legendre w swoim artykule z 1805 roku pierwszy użył metody najmniejszych kwadratów (rys. 5). Pięć lat później Gauss rozwinął i pogłębił tę metodę, wprowadzając podejście probabilistyczne, które z kolei udoskonalił Laplace w latach 1810–1811. W ten sposób w latach 1806–1811 narodziła się nowa teoria naukowa, teoria błędów.

Okazało się, że dane uzyskane przez Delambre’a i Méchaina były, biorąc pod uwagę ówczesną wiedzę, bardzo precyzyjne, a niezgodności były spowodowane kilkoma czynnikami, w tym nieregularnością kształtu samej Ziemi.

Metr dziś

Z powyższej historii nie należy wysnuwać wniosku, że misja geodezyjna była bezsensowną klapą. Rzeczywiście, wobec nieoczekiwanego faktu nieregularności kształtu Ziemi, nawet bardzo dokładne obliczenie długości południka paryskiego, czy jakiegokolwiek innego, nie wypełniłoby postawionego zadania. Jednakże sukcesy misji geodezyjnej osiemnastego wieku były ogromne i wielorakie: naukowe, społeczne i polityczne. Ich szczegółowe omówienie można znaleźć w książce [Alder, 2002]. Najważniejsze, że prawie cały świat posługuje się dziś uniwersalną jednostką miary, jednostką jednego metra, z wzorcem spoczywającym w postaci platynowej sztaby w Sèvres pod Paryżem. Mimo że przyjęta obecnie definicja jednostki nie opiera się już ani na długości południka, ani na wzorcu z Sèvres, to jej wartość praktycznie nie zmieniła się. Błąd pozostał!

No dobrze, ale jaki błąd, w stosunku do czego? Ano, do obecnie przyjętego modelu WGS-84 (World Geodetic System 1984) zakładającego, że Ziemia jest elipsoidą obrotową, powstałą z obrotu elipsy o półosiach $a = 6378137$ m i $b = 6356752,31$ m, względem krótszej osi. Pozwala to na obliczenie obwodu elipsy (równej długości południków na elipsoidzie), a jedna czwarta obwodu elipsy to długość południka od równika do bieguna. Oczywiście teraz można zdefiniować „błąd”. Okazuje się, że jest on wręcz mikroskopijny, co świadczy o niesamowitej precyzji osiemnastowiecznych pomiarów. Obliczmy ten błąd z dużym przybliżeniem. Gdyby elipsa była kołem o promieniu R , to jej obwód S byłby równy $2\pi R$, według znanego ze szkoły wzoru. Liczbę tę można aproksymować liczbą wymierną z dowolną dokładnością. Niestety w ogólnym przypadku nie ma zamkniętego prostego wzoru na obwód elipsy. Dowolnie dokładne przybliżenie obwodu elipsy można otrzymać np. z jego przedstawień w postaci rozmaitych szeregów liczbowych, np. z (wolno zbieżnego) szeregu C. Maclaurin’a z 1742 roku (rys. 7), ale są też bardzo dokładne *przybliżenia* w postaci prostych wzorów zamkniętych. Jednym z nich jest wzór podany przez hinduskiego geniusza matematycznego S. Ramanujana w 1914 roku,

$$S \approx \pi \left(3(a+b) - \sqrt{(3a+b)(a+3b)} \right) \quad \text{dla } b \approx a.$$

Wzór ten daje dokładną wartość dla koła. Wstawiając nasze wartości a i b do tego wzoru, jako długość jednej czwartej południka otrzymujemy $S/4 = 10\,001\,965$ m. Odejmując od tej wartości $10\,000\,000$ m, otrzymujemy niecałe 2 kilometry, wobec czego różnica długości jednego metra osiemnastowiecznych i współczesnych ustaleń nie przekracza 0,2 milimetra. Fantastyczny wynik!

W bardzo ciekawym artykule [Weintrit, 2013] zawarte są dalsze wzory i metody przybliżonego obliczenia długości południka, uwzględniające też metodę Jeana Baptiste’a Delambre’a, znakomitości naukowej przełomu XVIII i XIX wieku.

Bibliografia

- [Alder, 2002] K. Alder, *The Measure of All Things. The Seven-Year Odyssey that Transformed the World*, Little, Brown 2002.
- [Ferreiro, 2011] L. D. Ferreiro, *Measure of the Earth. An Enlightenment Expedition that Reshaped our World*, Basic Books, New York 2011.
- [Łukaszewicz, 2024] G. Łukaszewicz, *W poszukiwaniu prawdziwego kształtu Ziemi – Maupertuis w Laponii*, Delta 6/24.
- [Weintrit, 2013] A. Weintrit, *So, What is Actually the Distance from the Equator to the Pole? – Overview of the Meridian Distance Approximations*, TransNav - the International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation, Vol.7, No.2, 2013.