



Bartłomiej PAWLIK

Politechnika Śląska

If you spend all day shuffling words around, you can make anything sound bad, Morty.

Rick Sanchez

Anagram W' słowa W powstaje poprzez przedstawienie kolejności liter w słowie W .

Kombinatoryka na słowach to dyscyplina z pogranicza matematyki dyskretnej i informatyki teoretycznej. Naukowcy publikujący artykuły z tej dziedziny często okraszają przywoływane definicje finezyjnymi przykładami zaczerpniętymi z języka naturalnego. Trudno im się dziwić: chociażby przy wyjaśnianiu, czym jest *anagram* niełatwo oprzeć się pokusie przywołania wyrażen **ELEVENPLUSTWO** i **TWELVEPLUSONE**.

Zatem, ze względu na swoją nietrywialną strukturę, łakomym kąskiem do poszukiwań ciekawych przykładów są *przetasowane kwadraty*.

Kwadrat jest słowem, które otrzymujemy poprzez „sklejenie” (konkatenację) dwóch kopii tego samego słowa: łącząc ze sobą dwie kopie **MA**, otrzymujemy **MAMA**, a z dwóch **HOTS** dostajemy **HOTSHOTS**. Można na to spojrzeć tak, że kwadrat to takie słowo o parzystej liczbie liter, że jeżeli pokolorujemy pierwszą połowę na fioletowo, a drugą na zielono, to części fioletowa i zielona są takie same: **KANKAN**.

O przetasowanych kwadratach pisaliśmy z czysto kombinatorycznego punktu widzenia w poprzednim Kącie: Δ_{26}^7

Za *nietrywialny* przetasowany kwadrat uznajemy taki, który nie jest kwadratem. W rozważanych wyrażeniach nie rozróżniamy wielkości liter, pomijamy spacje, znaki interpunkcyjne i diakrytykę.

Jan Szejko znalazł swoje przykłady 24 sierpnia 2024 roku, podczas 67. *Szkół Matematyki Poglądowej* w Siedlcach.

Przetasowany kwadrat stanowi pewne uogólnienie pojęcia kwadratu – jest to słowo, dla którego *istnieje* takie kolorowanie każdej litery na jeden z dwóch ustalonych kolorów (pozostańmy przy zielonym i fioletowym), że otrzymane ciągi liter – oba czytane od lewej do prawej – są takie same. Pierwszym znanym przypadkiem *nietrywialnego* przetasowanego kwadratu w języku naturalnym jest wyrażenie

Nina, mima mama,

odkryte w lipcu 2023 roku przez Andrzeja Rucińskiego z Poznania. Zauważmy, że ma ono 12 liter, a przykładowe kolorowanie to **NINAMIMAMAMA**.

Nieco ponad rok później Jan Szejko z Warszawy odkrył 20-literowe wyrażenie

czaszeczka szczekacza,

i 22-literowe

dziedziczenie czekanika,

których przykładowe kolorowania to

CZASZECZKASZCZEKACZA i **DZIEDZICZENIECZEKANIKA**.

Co warto podkreślić, Ruciński i Szejko zastosowali dwa diametralnie odmienne podejścia do poszukiwania przykładów: pierwszy korzystał jedynie z siły własnego umysłu, natomiast drugi posłużył się swoimi umiejętnościami programistycznymi.

Póki co, powyższe przykłady stanowią jedyne znane przetasowane kwadraty w języku polskim. Świat zna jednak kilka okazów pochodzących z języków francuskiego i angielskiego. Najdłuższy znany obecnie przetasowany kwadrat to 48-literowy

In nine innings, Eagles battle Boston to soar near Wien win,

którego autorem jest Savinien Kreczman z Liège. Innym przykładem przetasowanego kwadratu jego autorstwa jest francuskie

Le geste léger se termine et mine tes pions espions

czy też angielski anagram przetasowanego kwadratu Rucińskiego (!):

Man, I am an imam.

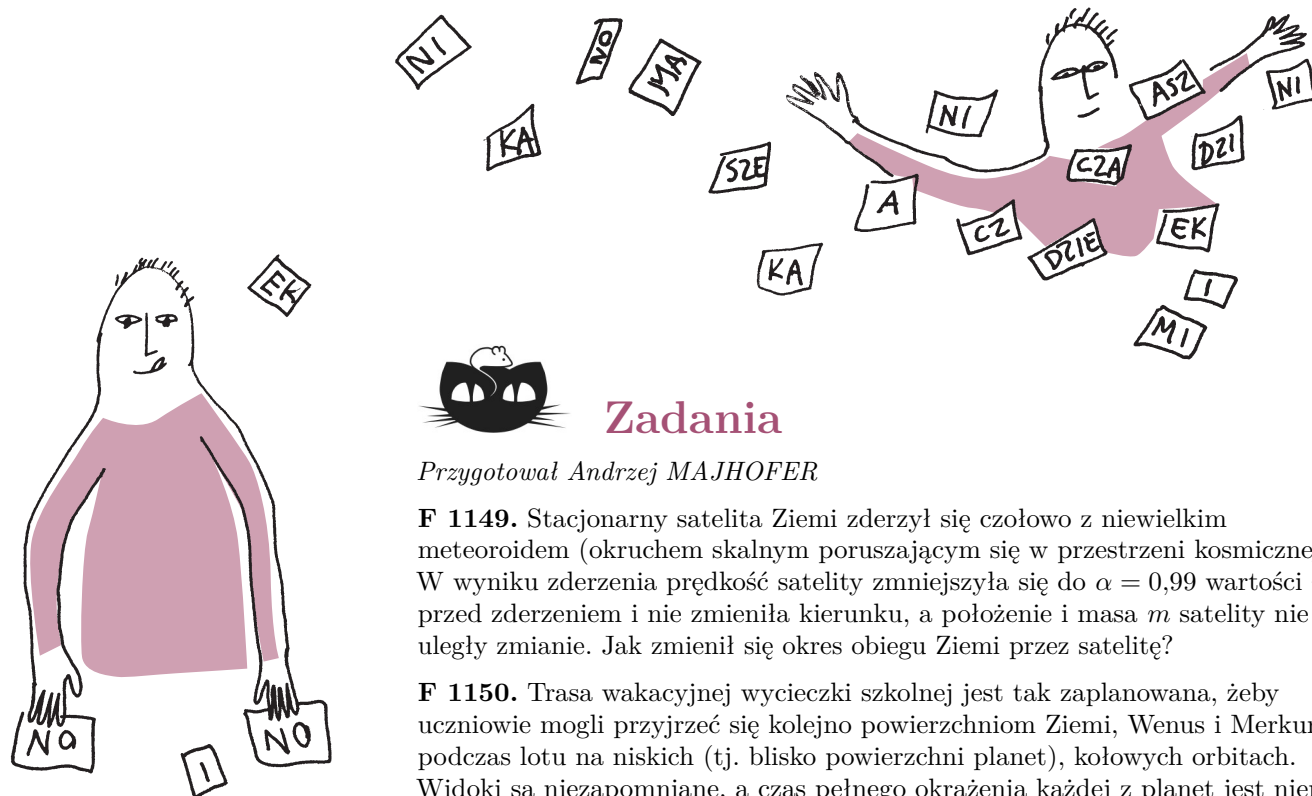
Kreczman nie korzystał z pomocy komputera. Stwierdził, że tworzenie długich przykładów jest dużo łatwiejsze niż szukanie krótkich – jak sam to ujął, „wystarczy kontrolować końcówkę”, czyli przy układaniu wyrażenia liczba liter i ich układ musi się „mniej więcej” zgadzać na początku, po czym należy szukać odpowiednich słów, które będą pasować do zakończenia zdania.

Inne podejście zastosował Lucas Mol z Kamloops, który postanowił poszukać – przy użyciu komputera – dwuwyrazowych sentencji w języku angielskim. Znalazł w ten sposób 9659 przetasowanych kwadratów! Poniżej prezentujemy kilka z nich:

<i>abelian beeline</i>	<i>folks folksinging</i>	<i>rain raging</i>
<i>assassins sin</i>	<i>iconic nonsense</i>	<i>referees fees</i>
<i>bad bandana</i>	<i>kinkiest nest</i>	<i>swaps wasps</i>
<i>barbaric kick</i>	<i>ominous minus</i>	<i>tomato mass</i>
<i>einstein stinging</i>	<i>prepare fela fel</i>	<i>we weeded</i>

Więcej przetasowanych kwadratów Mola można znaleźć na okładce niniejszej *Delty*.

Wszystkie przetasowane kwadraty Kreczmana i Mola zostały odkryte na przełomie czerwca i lipca 2025 roku. Jeżeli udałoby Ci się stworzyć, Czytelniku, inne przykłady nietrywialnych przetasowanych kwadratów w językach naturalnych, to koniecznie mi je przyslij! Może nawet komuś uda się znaleźć takie słowo (lub zdanie) w języku naturalnym, które przetasowane ze sobą da słowo lub zdanie w tym samym języku, tak jak ostatni przytoczony przykład Mola czy też francuskie słowo *tuteurer*? To by było coś!



Zadania

Przygotował Andrzej MAJHOFER

F 1149. Stacjonarny satelita Ziemi zderzył się czołowo z niewielkim meteoroidem (okruczem skalnym poruszającym się w przestrzeni kosmicznej). W wyniku zderzenia prędkość satelity zmniejszyła się do $\alpha = 0,99$ wartości v_0 przed zderzeniem i nie zmieniła kierunku, a położenie i masa m satelity nie uległy zmianie. Jak zmienił się okres obiegu Ziemi przez satelitę?

F 1150. Trasa wakacyjnej wycieczki szkolnej jest tak zaplanowana, żeby uczniowie mogli przyjrzeć się kolejno powierzchniom Ziemi, Wenus i Merkurego podczas lotu na niskich (tj. blisko powierzchni planet), kołowych orbitach. Widoki są niezapomniane, a czas pełnego okrążenia każdej z planet jest niemal taki sam i wynosi około 85 minut. Co na tej podstawie można powiedzieć o wewnętrznej budowie odwiedzanych planet?

Przygotował Dominik BUREK

M 1861. Czy można umieścić trójkąt równoboczny wewnątrz sześciokąta foremnego w taki sposób, aby każdy wierzchołek sześciokąta *widział* wszystkie wierzchołki trójkąta? (Punkt A jest widoczny z punktu B , jeżeli odcinek AB nie zawiera punktów wewnętrznych trójkąta).

M 1862. Dany jest wielomian f stopnia trzeciego o współczynnikach całkowitych, którego współczynnik przy najwyższej potęgde jest równy 1 lub -1 . Wiadomo, że f ma trzy różne pierwiastki, z których każdy jest kwadratem liczby naturalnej. Udowodnić, że w ciągu liczb

$$|f(1)|, |f(2)|, |f(3)|, \dots$$

występuje kwadrat liczby naturalnej.

M 1863. Rozważamy wszystkie liczby 100-cyfrowe podzielne przez 19. Udowodnić, że liczba tych spośród nich, które nie zawierają cyfr 4, 5, 6, jest równa liczbie tych spośród nich, które nie zawierają cyfr 1, 4, 7.

Rozwiązania na str. 24