

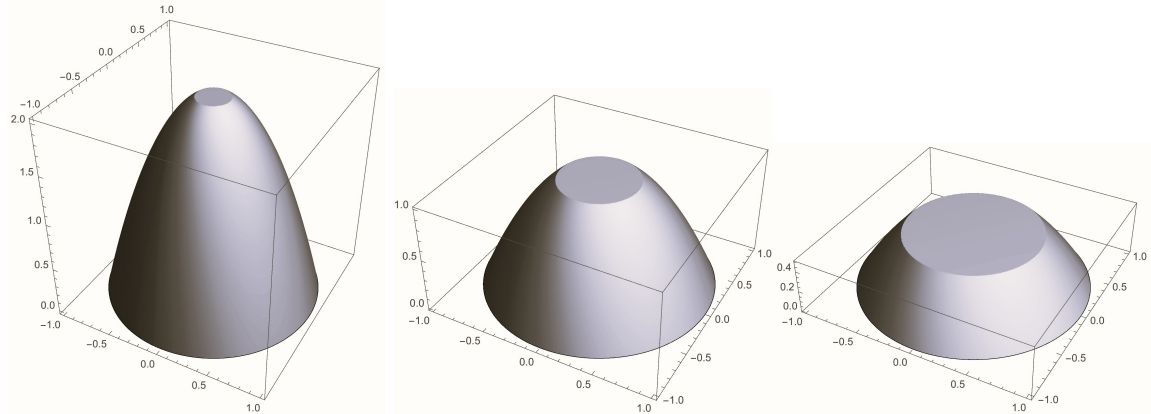
Kształt i opór, część 3/4

Ruch bez oporu?

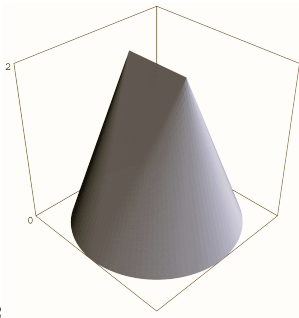
*Kontakt: gornicki59@gmail.com

Jarosław GÓRNICKI*

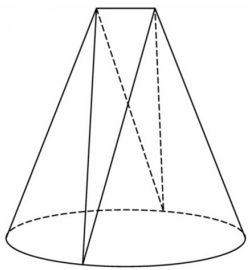
W części 2/4 rozwiązaliśmy następujący problem areodynamiczny: Wyznaczyć powierzchnię obrotową (o wysokości H oraz podstawie w kształcie okręgu o promieniu R), która ogranicza obszar wypukły i stawia najmniejszy opór podczas ruchu postępowego w rozrzedzonym ośrodku. Rozwiązaniem są powierzchnie Newtona z „płaskim czubkiem”, jak na rys. 1.



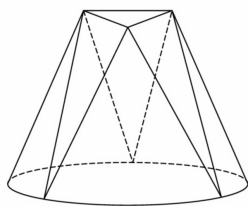
Rys. 1. Ruch odbywa się wzdłuż osi obrotu w kierunku dysku o mniejszej średnicy.



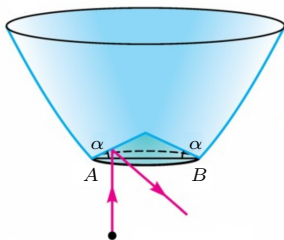
Rys. 2



Rys. 3



Rys. 4



Rys. 5

Idąc dalej, Giuseppe Buttazzo i Bernhard Kawohl (1993) postawili pytanie o istnienie *nieobrotowej* powierzchni (o wysokości H , z okręgiem o promieniu R w podstawie), która ogranicza obszar wypukły, ale w ruchu postępowym stawia mniejszy opór niż powierzchnia Newtona. Przykład takiej powierzchni znalazł Paolo Guasoni (Università di Pisa, 1996) – przypomina ona „końcówkę śrubokręta” i składa się z dwóch płaskich trójkątów oraz dwóch powierzchni stożkowych, zakończonych poziomym odcinkiem u góry (rys. 2, 3).



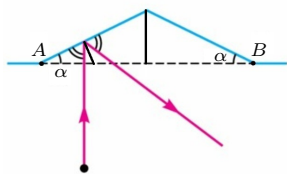
Zdjęcie współczesnego pocisku bojowego (USA, 2025)

Sprawdzenie tego wykracza poza zakres naszych rozważań, więc pozostaniemy w świecie informacji obrazkowej. Zauważono, że poniżej pewnej wysokości „śrubokręt” stawia większy opór niż odpowiadająca mu powierzchnia Newtona. Ratunkiem okazało się zastąpienie górnego odcinka powierzchnią utworzoną z trójkąta równobocznego oraz zestawem trzech trójkątów i trzech powierzchni stożkowych po bokach (rys. 4). Taka powierzchnia stawiała mniejszy opór niż odpowiadająca jej powierzchnia Newtona. Dalsze zmniejszanie wysokości prowadzi do nowej powierzchni, w której trójkąt równoboczny zastępujemy kwadratem, potem pięciokątem foremnym, sześciokątem, itd. Uzyskujemy rodzinę powierzchni z wielokątem foremnym na górze, przy czym im mniejsza wysokość, tym większa liczba boków. Obliczenia numeryczne pokazują, że wygładzenie krawędzi takich powierzchni może nieznacznie zmniejszyć ich opór...

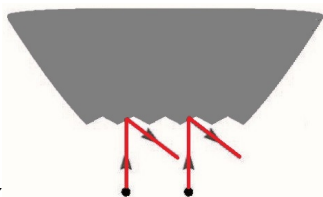
Czy istnieje inny sposób, aby zmniejszyć opór stawiany przez powierzchnię Newtona? Tak!

Wiemy już, że porzucenie symetrii poprawiło własności areodynamiczne – nieobrotowa powierzchnia stawia mniejszy opór. Rezygnacja z wypukłości obszaru ograniczonego przez powierzchnię Newtona również zmniejsza jej opór w ruchu postępowym!

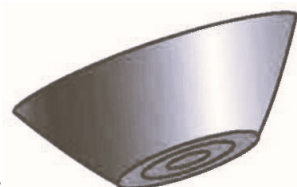
W płaskiej części powierzchni Newtona zrobimy zagłębienie w kształcie stożka (rys. 5). Kąt α między odcinkiem AB a tworzącą stożka należy dobrać możliwie



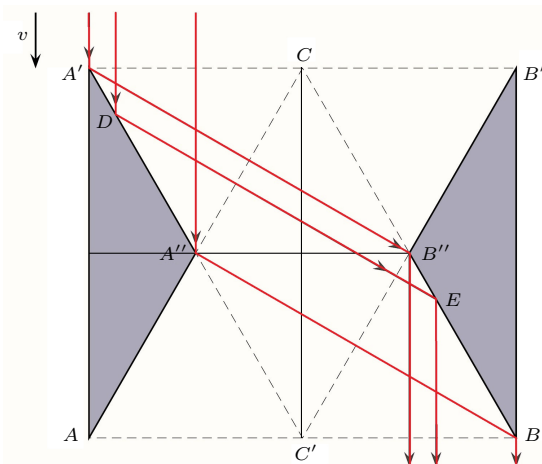
Rys. 6. Żadna odbita cząstka nie trafi w powierzchnię boczną stożka, gdy kąt α spełnia nierówność $90^\circ - \alpha \geq 2\alpha$, czyli $\alpha \leq 30^\circ$.



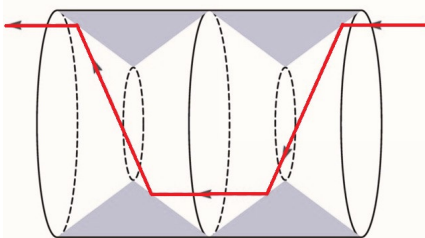
Rys. 7



Rys. 8



Rys. 9. Na tym schemacie można zmienić kąt $\angle AA'A'' = 30^\circ$ na dowolny kąt $\alpha < 45^\circ$. Wtedy wielkość zaznaczonych trójkątów i odległość między przeciwnymi wierzchołkami A'' , B'' ustalają zależności liczbowe $GA'' = GA \cdot \tan \alpha$, $GB'' = GA \cdot \tan 2\alpha$.



Rys. 10

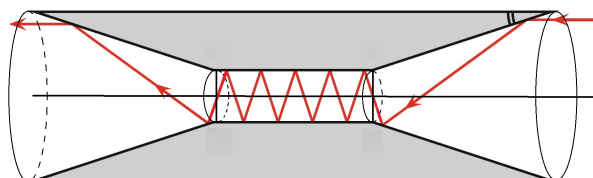
Parabola jest wykresem funkcji kwadratowej. Geometrycznie, to zbiór punktów płaszczyzny równo oddalonych od danego punktu (ogniska) i danej prostej (kierownicy).

duży, ale jednocześnie tak, aby cząstka uderzająca w powierzchnię boczną stożka po odbiciu nie uderzyła w nią po raz drugi. Optymalną sytuację zapewnia kąt $\alpha = 30^\circ$ (rys. 6). Wtedy pęd przekazany przez cząstkę ośrodka uderzającą w wewnętrzną powierzchnię stożka będzie równy $P \cdot \sin^2 60^\circ = P \cdot \frac{3}{4}$. Oznacza to, że opór stawiany przez powierzchnię o kształcie wydrążonego stożka jest o 25% mniejszy od oporu stawianego przez odpowiadający jej płaski fragment powierzchni Newtona. Jeśli istnieją powody, dla których wydrążenie takiego stożka jest niemożliwe (lub niepożądane), to równoważnym rozwiązaniem jest wydrążenie w płaskiej części powierzchni Newtona wielu niewielkich rowków w kształcie otaczających oś obrotu pierścieni, które w przekroju zawierającym oś obrotu mają kształt równoramiennych trójkątów o kącie 30° przy podstawie (rys. 7, 8). Oczywiście rowki (w układzie koncentrycznym) można zastosować do całej powierzchni, zmniejszając jej opór (jak się okazuje, nie więcej niż o 50%), ale to nie koniec naszych możliwości...

Czy istnieją bryły o dodatniej objętości, które w ruchu postępowym stawiają zerowy opór? Również tak!

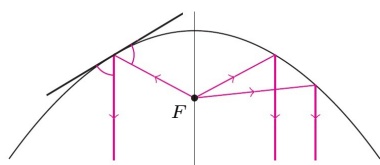
Porzucmy pomysł udoskonalania powierzchni Newtona i zastanówmy się nad zupełnie nową powierzchnią. Na płaszczyźnie rysujemy dwa trójkąty równoboczne $\triangle ABC$ i $\triangle A'B'C'$ (rys. 9) tak, by wierzchołek C był środkiem odcinka $A'B'$, a wierzchołek C' środkiem odcinka AB . Niech A'' będzie punktem przecięcia odcinków AC i $A'C'$, a B'' punktem przecięcia odcinków BC i $B'C'$. Rozważmy trójkąty równoramienne $\triangle AA'A''$ i $\triangle BB''B'$ o kątach $\angle A'' = \angle B'' = 120^\circ$. Odcinek $A'A''$ jest równoległy do odcinka $B''B$ (podobnie odcinek AA'' jest równoległy do odcinka $B''B'$). Cząstka wpadająca do tunelu równolegle do odcinka $A'A$ uderza w odcinek $A'A''$, powiedzmy, w punkcie D . Jej kąt natarcia jest równy 30° . Po odbiciu uderza w punkt E (taki, że $A'D = B''E$), po czym, poruszając się z tą samą prędkością, opuszcza tunel w kierunku równoległym do kierunku wlotu. Ponieważ zderzenia są idealnie sprężyste, w punktach D i E efektywne siły oporu (powstałe w wyniku tych zderzeń) uzyskują takie same wartości, ale będą przeciwnie skierowane. W konsekwencji opór wywołany przez uderzającą cząstkę jest zerowy. Jeżeli teraz obrócimy trójkąt $\triangle AA'A''$ (lub trójkąt $\triangle BB''B'$) wokół osi CC' , to otrzymamy wałek z wydrążoną klepsydrą (stożkami ściętymi), którego ruch postępowy w kierunku osi $A'A$ odbywa się z zerowym oporem. Ruch kilku sklejonych takich segmentów (rys. 10) wzdłuż osi obrotu klepsydr też odbywa się z zerowym oporem. Dodatkowo, gdy liczba segmentów jest parzysta, tor ruchu cząstki „na wejściu” i „na wyjściu” pokrywa się! Zjawisko to wykorzystamy w kolejnej części.

Inną bryłę, której ruch postępowy (w kierunku osi) odbywa się z zerowym oporem, przedstawia rysunek 11. Zaznaczony kąt ma miarę $\frac{\pi}{m}$, gdzie $m \geq 5$ jest liczbą naturalną. Precyzyjne ustalenie pozostałych parametrów (długości boków trapezu, odległości między trapezami) wymaga trochę matematycznej finezji.



Rys. 11

Aby zaprezentować kolejne bryły, które mogą poruszać się ruchem postępowym bez oporu w kierunku osi obrotu, przypomnimy niezwykłą własność optyczną paraboli. Promienie światła, wychodzące z ogniska paraboli i odbijające się od powierzchni paraboli (gdzie kąt padania jest równy kątowi odbicia), wędrują



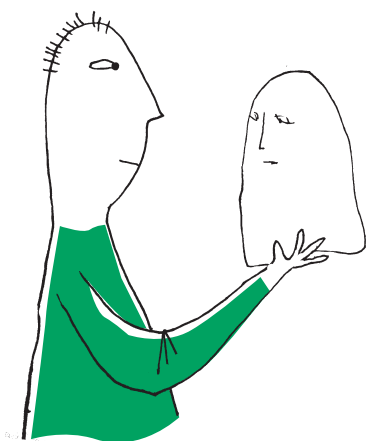
Rys. 12. Optyczne własności paraboli przedstawia artykuł Joanny Jaszuńskiej w Δ_{18}^6 .

Zaniedbaliśmy możliwość zmian kierunku ruchu, występowanie energii cieplnej, strukturę materiału, itp. Bądźmy jednak optymistami. Wiele istniejących dzisiaj rzeczy (rozwiązań) kiedyś uważano za abstrakcyjne.

O niewidzialnych bryłach opowiemy w następnej części.

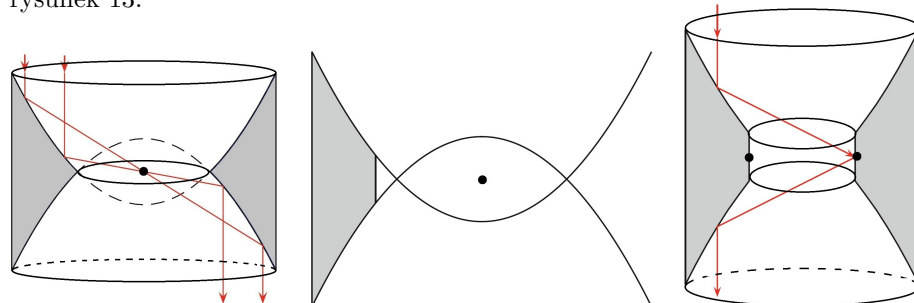


Zadania



Rozwiązania na str. 24

dalej jako wiązka równoległa do osi symetrii paraboli (rys. 12). Również na odwrót, wiązka promieni równoległych do osi symetrii paraboli – po odbiciu od „wewnętrznej strony” krzywej – skupia się w jej ognisku. Tak samo jest dla trójwymiarowej paraboloidy obrotowej otrzymanej przez obrót paraboli wokół jej osi symetrii. Ideę konstrukcji brył opartych na tym pomysłe przedstawia rysunek 13.



Rys. 13. Zaznaczone punkty to wspólne ogniska „przeciwnie skierowanych” parabol o wspólnych osiach symetrii

Niestety, to tylko rozważania teoretyczne w rozrzedzonym ośrodku, które nie uwzględniają wielu aspektów (patrz margines), a ponadto prawdziwe są twierdzenia:

Twierdzenie (Alexander Plakhov, Vera Roshchina, 2011).

- Istnieje bryła, której powierzchnia stawia zerowy opór w przypadku ruchu w dwóch prostopadłych kierunkach.
- Nie istnieje bryła, której powierzchnia stawia zerowy opór we wszystkich kierunkach.

Przygotował Andrzej MAJHOFER

F 1153. Żaglowa łódź o masie $M = 1000$ kg jest unieruchomiona w obszarze równikowej ciszy. Kapitan próbuje ją „uruchomić”, wciągając na maszt skrzynię o masie $m = 200$ kg. Jaką maksymalną prędkość u może osiągnąć łódź, jeśli środek masy skrzyni został podniesiony na wysokość $h = 20$ m, a łódź znajduje się dokładnie na równiku? Równikowy promień Ziemi wynosi $R = 6378$ km, a doba trwa $T = 86\,400$ s.

F 1154. Wykonano pomiary zależności od temperatury, T , ciśnienia pary amoniaku nad jego fazą stałą, $p_s(T)$, oraz nad jego fazą ciekłą, $p_l(T)$. Wyniki z dobrym przybliżeniem opisują wzory ($p_0 = 1$ Pa, $T_0 = 1$ K):

$$\ln \frac{p_s}{p_0} = 27,92 - \frac{3754T_0}{T}, \quad \ln \frac{p_l}{p_0} = 24,38 - \frac{3063T_0}{T}.$$

Wyznacz współrzędne (p_t, T_t) punktu potrójnego amoniaku.

Przygotował Dominik BUREK

M 1867. Dana jest liczba pierwsza $p > 2$. Znaleźć wszystkie pary liczb całkowitych dodatnich a i b takich, że

$$\frac{a}{p} + \frac{p}{b} = 2.$$

M 1868. Na tablicy wypisano 2026 parami różnych liczb naturalnych większych od 1. Okazało się, że dla każdej wypisanej liczby a istnieje co najmniej k par wypisanych liczb $b < c$, dla których liczba $bc - 1$ jest podzielna przez $a - 1$. Wyznaczyć największą możliwą wartość k .

M 1869. Dany jest czworokąt przestrzenny $ABCD$, którego boki AB , BC , CD , DA są styczne do pewnej sfery, odpowiednio, w punktach K , L , M i N . Udowodnić, że:

- punkty K , L , M i N leżą na jednej płaszczyźnie, a na czworokącie $KLMN$ można opisać okrąg;
- środek okręgu opisanego na czworokącie $KLMN$ leży na płaszczyźnie wyznaczonej przez środki odcinków AC i BD oraz środek sfery.