

Wschodniej – bożodrzew gruczołowaty nie zachowuje się jak niekontrolowany „najeźdźca”, ponieważ przez tysiące pokoleń współistniał z miejscową przyrodą. Jego populację ograniczają tam roślinożercy i patogeny, które przystosowały się do wykorzystywania tego gatunku, a część rodzimych roślin nie jest wrażliwa na wydzielane przez drzewo związki. W Europie bożodrzew uciekł spod tej naturalnej kontroli i znalazł się w środowisku, w którym jego szybki wzrost, skuteczne rozmnażanie i tolerancja trudnych warunków dają mu dużą przewagę.

W Azji bożodrzew wykorzystuje się jako surowiec dla przemysłu drzewnego, hoduje się na nim także jedwabnika. Wreszcie, od wieków kora z korzeni stosowana była przeciw bieguncce, krwawieniu, infekcjom i niektórym chorobom skóry.

Dlatego od wielu lat bada się, jak wykorzystać ailanton we współczesnej medycynie. Najwięcej nadziei budzi jego potencjalne działanie przeciwnowotworowe. W doświadczeniach na zwierzętach hamuje namnażanie komórek wielu rodzajów nowotworów i może uruchamiać tzw. apoptozę, zaprogramowaną śmierć komórki. Wygląda na to, że ailanton może działać na komórki nowotworowe, które stały się odporne na leczenie – badano jego działanie m.in. wobec komórek opornych na cisplatynę. Wciąż

jednak sporo wyzwań przed badaczami. Najnowsze prace wskazują możliwe kierunki, które pozwolą ominąć istotny problem – toksyczność związku dla zdrowych komórek. Poszukuje się takich metod, aby ailanton zabijał nowotwór, zarazem nie szkodząc tym zdrowym komórkom.

To my sami sobie ściągamy nieszczęścia na głowę. Inwazyjne gatunki nawłoci pochodzą z Ameryki Północnej; do Europy sprowadzone zostały jako rośliny ozdobne i miododajne. Z czasem wymknęły się z upraw i zaczęły szybko kolonizować siedliska poza nimi. Babka bycza do Bałtyku przedostała się wraz z wodami balastowymi statków, a biedronkę *Harmonię* sprowadzono do Niemiec jako biologiczną broń przeciwko mszycom. Lista gatunków inwazyjnych jest bardzo długa. Z pewnością w dalszej perspektywie przyroda dzięki ewolucji poradzi sobie z kolonizatorami. Zapewne kosztem obecnie różnorodnych (wciąż) ekosystemów. Z drugiej strony, kiedy myślę o degradacji środowiska spowodowanej przez najbardziej inwazyjny gatunek na świecie, nas samych, może to takie właśnie organizmy są naszą nadzieją. Te, które przeżyją w skrajnie niekorzystnych dla większości warunkach, gdy reszta nie da rady?

Marta FIKUS-KRYŃSKA



Ąt otwarty 20°: Zbieżny czy rozbieżny?

Bartłomiej PAWLIK*

*Politechnika Śląska

Istnieją szeregi, które wyglądają jak ćwiczenie z pierwszego kursu analizy, a w rzeczywistości dotyczą jednego z trudnych pytań o liczbę π . Ale zacznijmy delikatnie, od najistotniejszych definicji i faktów. Jeżeli a_n jest nieskończonym ciągiem liczbowym, to wyrażenie

$$\sum_{i=1}^{\infty} a_i = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots$$

nazywamy szeregiem o wyrazie ogólnym a_n . Jeżeli istnieje skończona granica ciągu sum częściowych

$$g = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n a_i,$$

to mówimy, że dany szereg jest zbieżny do g . Szeregi, które nie są zbieżne, nazywamy rozbieżnymi. Sztandarowym przykładem szeregu zbieżnego jest suma odwrotności potęg liczby 2, natomiast przykładem rozbieżnego – suma odwrotności liczb naturalnych (tzw. szereg harmoniczny)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} = 1, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty.$$

Podstawowe metody określania zbieżności szeregów są jednymi z pierwszych zagadnień, z którymi studenci się zapoznają na podstawowym kursie analizy matematycznej – należą do nich kryteria: porównawcze, Cauchy’ego oraz d’Alemberta. Czasami zdarza mi się prowadzić ćwiczenia z analizy dla studentów informatyki na Politechnice Śląskiej – zawsze pod koniec zajęć na temat szeregów proponuję im zbadanie zbieżności jednego z nich

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3 \sin^2 n}.$$

Próby rozwiązania tego zadania często okazują się dla studentów pouczające, lecz jeszcze nikomu nie udało się tej zbieżności rozstrzygnąć. Zawsze po kilku nieudanych (i nierzadko pomysłowych!) podejściach na pocieszenie oznajmiam, że ja również nie potrafię tego rozwiązać i, z tego co mi wiadomo, w zasadzie nikt nie potrafi.

Rzeczona suma znana jest jako szereg Flint Hills i została przedstawiona w 2002 roku przez Clifforda A. Pickovera w książce *The Mathematics of Oz. Mental Gymnastics from Beyond the Edge*. Dziewięć lat później okazało się, że określenie zbieżności tego szeregu pozwoliłoby nam trochę lepiej zrozumieć naturę liczby π . Max Alekseyev wykazał, że gdyby szereg Flint Hills był zbieżny, to liczby wymierne nie mogłyby przybliżać π „zbyt dobrze”: wyjątkowo dokładne przybliżenia musiałyby pojawiać się dostatecznie rzadko. Poglądowo można to uzasadnić następująco:

Zauważmy, że wartości ułamka $1/(n^3 \sin^2 n)$ są „duże” tylko wtedy, gdy mianownik jest bliski 0 – zdarza się to, gdy n znajduje się blisko miejsc zerowych funkcji sinus, którymi są (jak wiemy ze szkoły średniej) wielokrotności liczby π . Zatem elementy szeregu przyjmują duże wartości dla takich par liczb naturalnych n i k , dla których $n \approx k\pi$, co jest równoważne z $n/k \approx \pi$. Zbieżność szeregu zależy więc od tego, czy takie wyjątkowo dobre przybliżenia liczby π pojawiają się dostatecznie rzadko.

Określenie zbieżności szeregu Flint Hills zostawiam moim studentom – oraz Czytelnikom – jako zadanie domowe. Wszak Paul R. Halmos w przedmowie do podręcznika *A Hilbert Space Problem Book* sformułował bardzo przydatną zasadę dydaktyczną: *The only way to learn mathematics is to do mathematics.*