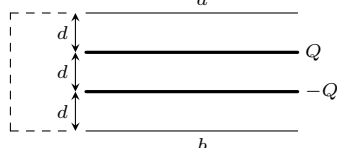
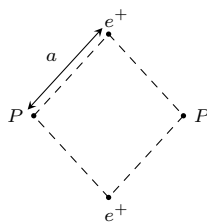


Klub 44 F



Rys. 1



Rys. 2

Termin nadsyłania rozwiązań: 31 I 2027

Zadania z fizyki nr 826, 827

Redaguje Elżbieta ZAWISTOWSKA

826. Kondensator płaski o pojemności c_0 naładowano ładunkiem Q . Równolegle do okładek umieszczono z dwóch stron przewodzące płytki a i b o takich samych rozmiarach jak okładki kondensatora (rys. 1). Przerwy między sąsiednimi płytkami są jednakowe i małe w porównaniu z rozmiarami płytek. Płytki a i b połączono przewodnikiem. Jakie są ładunki na płytkach a i b ? Jaka jest pojemność powstałego układu?

827. W chwili początkowej dwa protony i dwa pozytony spoczywają w rogach kwadratu o boku a (rys. 2), a następnie rozlatują się. Znaleźć stosunek prędkości protonu i pozytonu w nieskończoności. Przyjąć, że stosunek ich mas $M/m = 2000$.

Zadania z matematyki nr 929, 930

Redaguje Marcin E. KUCZMA

929. Niech D będzie ustaloną liczbą dodatnią. Znaleźć wszystkie liczby całkowite $n \geq 0$, dla których istnieje funkcja f (o wartościach rzeczywistych), określona na przedziale $[0, D]$, mająca w tym przedziale dokładnie n miejsc zerowych oraz mająca w tym przedziale ciągłą pochodną (na końcach jednostronną), spełniającą równanie $(f(x))^2 + (f'(x))^2 = 1$ dla $x \in [0, D]$.

930. Niech $d(n)$ oznacza liczbę (dodatnich) dzielników liczby n . Wyznaczyć największą wartość wyrażenia $\frac{d(n)^3}{n}$ gdy n przebiega zbiór wszystkich liczb całkowitych dodatnich.

Zadanie 930 zaproponował pan Witold Bednarek z Łodzi.

W e-wydaniu numeru zadanie **921**: komentarz redaktora Ligi oraz wzorcowe rozwiązanie.

Czołówka ligi zadaniowej **Klub 44 F**
po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań
818 ($WT = 2,68$), 819 ($WT = 1,12$)
z numeru 5/2026

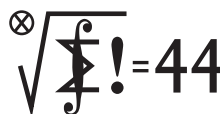
Tomasz Wietecha	Tarnów	19-44+0,74
Andrzej Nowogrodzki	Chocianów	3-38,16
Paweł Kubit	Kraków	26,76
Marian Łupieżowicz	Gliwice	3-26,04

Czołówka ligi zadaniowej **Klub 44 M**
po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań
919 ($WT = 1,90$) i 920 ($WT = 1,09$)
z numeru 4/2026

Jędrzej Biedrzycki	Wrocław	46,53
Roksana Słowik		43,23
Tomasz Wietecha	Tarnów	41,45
Marian Łupieżowicz	Gliwice	40,52
Janusz Fiett	Warszawa	39,70
Paweł Najman	Kraków	37,10
Paweł Kubit	Kraków	37,02
Piotr Kumor	Olsztyn	34,75
Piotr Wiśniewski	Warszawa	34,10
Marek Spychała	Warszawa	33,42
Łukasz Merta	Kraków	33,02
Andrzej Kurach	Ryjewo	31,74
Bartek Knapik	Warszawa	31,49

Do Klubu 44 dołączył pan Jędrzej Biedrzycki. Witamy!

Klub 44 M



Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n + 2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n + 4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przesyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Można je przysyłać również pocztą elektroniczną pod adresem delta@mimuw.edu.pl (preferujemy pliki pdf). Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez

współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, przy czym S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana**. Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie deltami.edu.pl.

Szkice rozwiązań zadań (str. 3) z artykułu *Liczyby rzeczywiste Eudoksosa*

Zad. 1. Jeśli $|d_f| \leq F$ oraz $|d_g| \leq G$, to $|d_{f+g}| \leq F + G$ oraz $|d_{f \cdot g}| \leq 2F + \max_{|k| \leq G} |f(k)|$. Uzasadnijmy to drugie oszacowanie:

$$\begin{aligned} f(g(n+m)) &= f(g(n) + g(m) + d_g(n, m)) \\ &= f(g(n) + g(m)) + f(d_g(n, m)) + d_f(d_g(n, m)). \end{aligned}$$

Pierwszy człon różni się od $f(g(n)) + f(g(m))$ o najwyżej F , drugi człon jest ograniczony przez $\max_{|k| \leq G} |f(k)|$, a trzeci przez F .

Zad. 2. Jeśli $|d_f| \leq F$, $|f - f'| \leq A$, $|g_1 - g'| \leq B$, to

$$\begin{aligned} |(f + g_1) - (f' + g')| &\leq A + B \quad \text{oraz} \\ |f \cdot g_1 - f' \cdot g'| &\leq F + A + \max_{|k| \leq B} |f(k)|. \end{aligned}$$

Uzasadnijmy to drugie oszacowanie:

$$f(g(n)) = f(g'(n)) + f(g(n) - g'(n)) + d_f(g'(n), g(n) - g'(n)).$$

Pierwszy człon różni się od $f'(g'(n))$ o najwyżej A , drugi człon jest ograniczony przez $\max_{|k| \leq B} |f(k)|$, a trzeci przez F .

Równoważność $f \leq g$ i $f' \leq g'$ wynika z obserwacji, że funkcje $g - f$, $g' - f'$ różnią się najwyżej o $A + B$ – w konsekwencji jedna jest ograniczona z góry wtedy i tylko wtedy, gdy druga.

Zad. 3. Podane równości wynikają wprost z definicji. Dla uzasadnienia $f \cdot 0 \sim 0$ zauważmy, że funkcja $f \cdot 0$ jest stale równa $f(0)$, a więc ograniczona.