

## SPIS TREŚCI NUMERU 10(305)

Zbudowanie pierwszego tranzystora i co z tego wynikło <i>Paweł Trautman</i>	str. 1
Dokonania fizyki ciała stałego w XX wieku <i>Tomasz Dieltl</i>	str. 4
Mała Delta	str. 8
Od tranzystora do rekonfigurowalnych komputerów <i>Ignacy Maciej Kudła</i>	str.10
Zadania	str.11
O przyszłości miniaturyzacji <i>Tomasz Dieltl</i>	str.12
Aktualności (nie tylko) fizyczne	str.13
Klub 44	str.14
Patrz w niebo	str.16
Październik	str.16
Gammalimatias	str.17

### W następnym numerze:

Pewien komputer analogowy albo prawa przyrody w kieliszkach

Okladki i ilustracje

*Anna Ludwicka*

Rysunki techniczne

*Marcin Adamski*

Wybór artykułów w języku angielskim

<http://sunsite.icm.edu.pl/~delta/>

Wydawca: Uniwersytet Warszawski

Cena 1 egzemplarza 3 zł

„Delta” – matematyczno-fizyczno-astronomiczny miesięcznik popularny Polskiego Towarzystwa Matematycznego, Polskiego Towarzystwa Fizycznego i Polskiego Towarzystwa Astronomicznego, wydawany przy poparciu Ministerstwa Edukacji Narodowej. Wydanie publikacji dofinansowane przez Komitet Badań Naukowych.

Komitet Redakcyjny:

Andrzej Białynicki-Birula  
Bogdan Cichocki  
– wiceprzewodniczący

Krzysztof Ciesielski  
Jan A. Gaj  
Piotr Goldstein  
Tomasz Hofmokl  
Andrzej Hryniewicz  
Wiesław A. Kamiński  
Marta Kicińska-Habior  
Krzysztof Maślanka  
Andrzej Mąkowski  
Zdzisław Pogoda  
Feliks Przytycki  
Michał Różycka  
Konrad Rudnicki  
Zbigniew Semadeni  
Grzegorz Sitarski  
Andrzej Woszczyk

Wiesław Zelazko – przewodniczący

Redaguje kolegium w składzie:

Wiktor Bartol  
Krzysztof Biesaga  
Wojciech Kopczyński – z-ca red. nac.  
Krystyna Kordos – sekr. red.  
Marek Kordos – red. nac.  
Tomasz Kwast  
Anna Ludwicka  
Anna Rudnik  
Paweł Strzelecki  
Joanna Udalska  
Anna Wojtyra  
Piotr Zalewski

Adres Redakcji:

ul. Smyczkowa 5/7, 02-678 Warszawa  
tel. 853-59-61; 843-02-41(-2) wewn. 21  
BARTOL@MIMUW.EDU.PL

Skład systemem T<sub>E</sub>X wykonała Redakcja.

Wydrukowano

w Drukarni Naukowo-Technicznej S.A.  
w Warszawie, ul. Mińska 65.

### WARUNKI PRENUMERATY W FIRMIE AMOS

01-806 Warszawa, ul. Zuga 12 (tel. 834-65-21)

Wpłaty przyjmowane są non-stop, do 10. dnia miesiąca poprzedzającego okres prenumeraty. **Okres prenumeraty wynosi co najmniej trzy (3) miesiące.** Cena jednego numeru w 1999 roku wynosi 3 zł. Przy wpłacie prosimy o zaznaczenie okresu prenumeraty.

W prenumeracie zagranicznej (też przez okres **co najmniej trzech miesięcy**) cena numeru w 1999 r. wynosi 6 zł. W przypadku życzenia dostawy drogą lotniczą odpowiednią dopłatę ponosi zamawiający.

**Uwaga!** Dla zamawiających minimum 10 egzemplarzy każdego numeru AMOS funduje dodatkowo jeden egzemplarz pisma.

Konto AMOS-u: PKO BP VIII O/W-wa, nr 10201084-77578-270-1-111

### WARUNKI PRENUMERATY W RUCH-u

- Wpłaty na prenumeratę przyjmowane są tylko na okresy kwartalne.
- Cena prenumeraty na IV kwartał 1999 r. wynosi 9 zł.
- Wpłaty na prenumeratę przyjmują na teren kraju jednostki kolportażowe „Ruch” S.A. właściwe dla miejsca zamieszkania lub siedziby prenumeratora; dostawa egzemplarzy następuje w uzgodniony sposób. Dostawa w takim przypadku odbywa się pocztą zwykłą w ramach opłaconej prenumeraty, tzn. „pod opaską”.
- Cena prenumeraty ze zleceniem dostawy za granicę jest równa cenie prenumeraty krajowej plus rzeczywiste koszty wysyłki. Wpłaty przyjmuje „RUCH” S.A. Oddział Krajowej Dystrybucji Prasy w PBK S.A. XIII Oddział Warszawa 11101053-16551-2700-1-67 lub w kasach Oddziału Warszawa, ul. Towarowa 28, czynnych codziennie od poniedziałku do piątku w godz. 8<sup>00</sup> – 14<sup>00</sup>.
- Terminy przyjmowania wpłat na prenumeratę

krajową	ze zleceniem za granicę	
5 XII	20 XI	na I kwartał roku następnego,
5 III	20 II	na II kwartał,
5 VI	20 V	na III kwartał,
5 IX	20 VIII	na IV kwartał.
- Zlecenia na prenumeratę dewizową, przyjmowane od osób zamieszkałych za granicą, realizowane są od dowolnego numeru w danym roku kalendarzowym pod warunkiem otrzymania zamówienia lub wpłaty na 30 dni przed terminem realizacji.

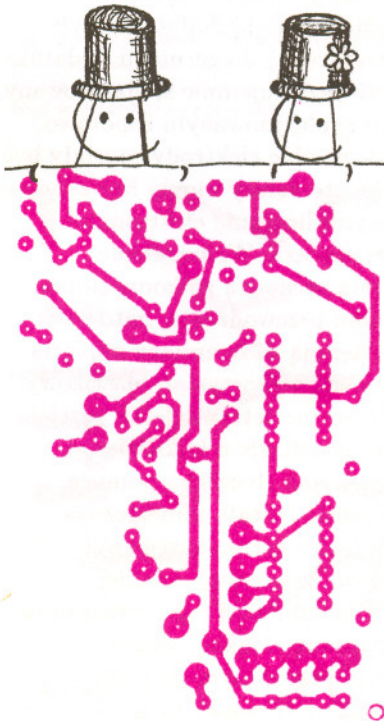
Informacji o warunkach prenumeraty i sposobie zamawiania udziela „RUCH” S.A. Oddział Krajowej Dystrybucji Prasy, 00-958 Warszawa, ul. Towarowa 28, tel. 620-12-71 wewn. dla osób fizycznych 2507, 2508, wewn. dla osób prawnych 2576, a także tel. 620-10-19 i 620-12-17, wewn. 2366.

Numery archiwalne (od 1985 r.) można nabyć w Redakcji osobiście lub listownie.



# Zbudowanie pierwszego tranzystora i co z tego wynikło

Paweł TRAUTMAN

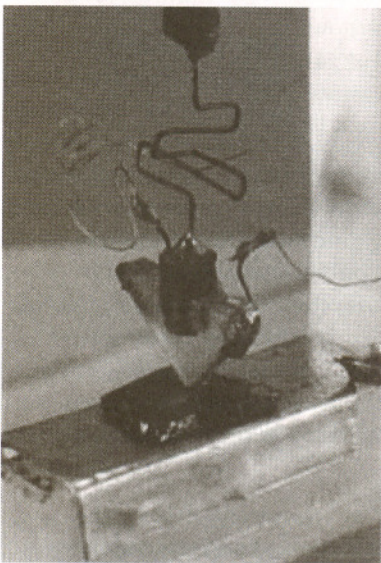


Niemalże cudem współczesnej techniki jest to, że wybierając numer telefonu, możemy w ciągu zaledwie kilkunastu sekund uzyskać połączenie z jednym z setek milionów numerów dostępnych na świecie. Odpowiedzialne za to są centrale telefoniczne składające się z tysięcy przełączników. Aby realizować miliony połączeń, przełączniki te muszą być niezawodne i zużywać niewiele energii. Pierwsze sieci telefoniczne w latach międzywojennych wykorzystywały przełączniki mechaniczne (przełączniki) i lampy elektronowe dla wzmacniania i przekazywania sygnałów na znaczne odległości. Wielka firma amerykańska *American Telephone and Telegraph Company (AT&T)*, założona przez Aleksandra Grahama Bella, przewidywała pod koniec drugiej wojny światowej, że jej sieć telefoniczna będzie musiała być bardzo rozbudowana, aby obsłużyć rosnące zapotrzebowanie na połączenia telefoniczne. Przełączniki nie wystarczały do zaspokojenia tych rosnących potrzeb. Powstała konieczność skonstruowania nowych małych przełączników, pozbawionych części ruchomych i zużywających małe ilości energii.

Badania i rozwój od dawna były mocną stroną AT&T. Już w roku 1925 utworzyła ona wydzieloną, niezależną jednostkę badawczą, Laboratoria Bella (*Bell Telephone Laboratories*). Laboratoria szybko się rozrastały i przeniosły ze swojej pierwotnej siedziby na West Street na Manhattanie w Nowym Jorku do Murray Hill w New Jersey. Marvin Kelly, dyrektor do spraw badań w tych laboratoriach, rozpowszechniał memorandum, w którym przekonywał, że mechaniczne przełączniki muszą wkrótce zostać zastąpione przez nową technologię. Dla realizacji tego zadania w lecie 1945 roku utworzył grupę badawczą, która miała zajmować się badaniem własności półprzewodników. Długofalowym zadaniem tej grupy było stworzenie przyrządu półprzewodnikowego, który mógłby zastąpić lampę elektronową, triodę. Szefem tej grupy został fizyk teoretyk William Shockley, a jej najważniejszymi członkami okazali się: John Bardeen, również teoretyk, oraz eksperymentator Walter Brattain.

Punktem wyjścia do skonstruowania tranzystora było poznanie prostujących własności złącz metal-półprzewodnik, nazywanych diodami Schottky'ego. W latach 30. i 40. były prowadzone w Wielkiej Brytanii i USA bardzo intensywne badania nad wykorzystaniem fal radiowych do zdalnego wykrywania samolotów. Spowodowane one były potrzebą obrony przed licznie przeważającym lotnictwem niemieckim. Badania te zaowocowały skonstruowaniem radarów pracujących na krótkich falach radiowych, mikrofalach, dających możliwość śledzenia samolotów na znacznych odległościach i z dużą precyzją. Źródłem fal radiowych były specjalne lampy elektronowe, magnetrony, natomiast za detektory posłużyły złącza: metal-german. Te germanowe diody ostrzowe przewyższały pod względem szybkości działania lampę elektronową – diodę. Skonstruowanie odpowiednika lampy elektronowej w postaci diody półprzewodnikowej sugerowało możliwość skonstruowania półprzewodnikowego odpowiednika lampy wzmacniającej – triody, w której prąd regulowany jest przez napięcie przykładane do siatki. Należało tylko znaleźć analog siatki odpowiedni do zastosowania w przypadku diody półprzewodnikowej.

W germanie typu n przepływ prądu związany jest z ruchem ujemnie naładowanych elektronów. Kiedy metalowa elektroda, przytknięta do takiego kryształu, jest spolaryzowana ujemnie, odpycha ona elektrony i nie następuje przepływ prądu. Kiedy elektroda spolaryzowana jest dodatnio, przyciąga ona elektrony i następuje przepływ prądu. To zjawisko odpowiedzialne jest za



Fotografia pierwszego tranzystora zbudowanego w Bell Labs w grudniu 1947 roku.

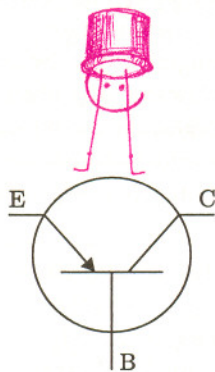


prostujące własności złącza metal-półprzewodnik. Polaryzacje są przeciwne, gdy w kryształach znajdują się dodatnio naładowane dziury. Badacze z grupy Shockleya do budowy pierwszego tranzystora wykorzystali zaporowo (ujemnie) spolaryzowane złącze między metalowym kontaktem (kolektorem) a germanem typu n. W złączu tym nie płynął prąd. Aby wywołać przepływ prądu, zbliżyli oni do tego kontaktu drugą elektrodę (emiter) spolaryzowaną dodatnio, czyli w kierunku przewodzenia, która dostarczyła (wstrzyknęła) do germanu dodatnio naładowane dziury. Dziury te zostały przyciągnięte przez ujemnie spolaryzowany kolektor, tak że nastąpił przepływ prądu w złączu spolaryzowanym zaporowo. Aby w takim przyrządzie uzyskać wzmocnienie mocy, obie elektrody musiały być umieszczone bardzo blisko siebie, tak aby wstrzyknięte dziury mogły być zebrane przez kolektor, zanim zrekombinują z przeważającymi liczebnie elektronami. Prąd kolektora jest w przybliżeniu równy prądowi emitera. Wzmocnienie

mocy jest spowodowane tym, że w obwodzie emitera zachodzą znikome zmiany napięcia, bo złącze to jest spolaryzowane w kierunku przewodzenia, natomiast w zaporowo spolaryzowanym złączu kolektora występują duże zmiany napięcia. Do budowy pierwszego tranzystora Brattain i Bardeen wykorzystali plastikowy klin, na którego boki nakleili pasek złotej folii. Używając ostrza żyłki, rozciągli złoto na czubku tego klina, uzyskując dwie elektrody odległe o kilkadziesiąt mikrometrów. Klin został przyciśnięty do bloku germanu (bazy) za pomocą sprężyny z powyginanego spinacza do papieru, a całość została umieszczona w bloku z plastiku w kształcie litery U. Do spodu bloku germanowego był przymocowany trzeci kontakt elektryczny, czyli baza. Tranzystor o takiej konstrukcji nazywa się tranzystorem ostrzowym. Dla działania tego tranzystora sprawą kluczową była obecność na powierzchni germanu cienkiej warstwy inwersyjnej, czyli warstwy o przewodnictwie typu p, przeciwnym do typu przewodnictwa objętościowego kryształu. Z konstrukcją tranzystora ostrzowego wiąże się symbol elektryczny tranzystora bipolarnego, to znaczy tranzystora, w którym są dwa złącza pomiędzy półprzewodnikami o przeciwnym typie przewodnictwa. Wkrótce po skonstruowaniu pierwszy tranzystor został wykorzystany do budowy wzmacniacza akustycznego podłączonego do mikrofonu i słuchawek. Działanie tego pierwszego na świecie wzmacniacza tranzystorowego zostało zademonstrowane szefem Laboratoriów Bella 23 grudnia 1947 r. Tę datę przyjmuje się oficjalnie za datę wynalezienia tranzystora. Odkrycie to zostało podane do publicznej wiadomości 30 czerwca 1948 r. na konferencji prasowej w głównej siedzibie Laboratoriów Bella na West Street. *The New York Times* z 1 lipca 1948 r. donosił o tym wydarzeniu na 46. stronie w dziale *The News on Radio* po notatce o zmianach w ramówce programu radiowego. Zainteresowanie prasy nowym wynalazkiem było niewielkie. Skonstruowanie tranzystora zostało uhonorowane werdyktem Szwedzkiej Akademii Nauk, która w 1956 roku przyznała Nagrodę Nobla z fizyki Bardeenowi, Brattainowi i Shockleyowi za skonstruowanie tranzystora i za badania w dziedzinie fizyki półprzewodników.

Pierwszymi urządzeniami wykorzystującymi tranzystory były aparaty słuchowe. Alexander Graham Bell doświadczył tragedii utraty słuchu we własnej rodzinie i poświęcił wiele czasu i pieniędzy na badania nad głuchotą. Dla uczczenia pamięci swojego założyciela Laboratoria Bella nie pobierały żadnej opłaty licencyjnej od tranzystorów, które miały być wykorzystane w aparatach słuchowych. Jedną z pierwszych firm produkujących tranzystory do aparatów słuchowych był *Raytheon*, gigant amerykańskiej elektroniki zbrojeniowej, znany między innymi z przeciwrakietowych systemów obronnych Patriot. *Raytheon* w końcu lat czterdziestych wprowadził na rynek pierwszy tranzystor ostrzowy o symbolu CK703.

Tranzystory ostrzowe były trudne w produkcji, a ich parametry elektryczne niezbyt dobre i mało stabilne ze względu na konstrukcję wykorzystującą niestabilne dociskane złącza metal-półprzewodnik. W 1950 roku Shockley skonstruował pierwszy tranzystor złączowy składający się z cienkiej warstwy germanu typu p, pełniącej rolę bazy, umieszczonej między grubszymi warstwami



Symbol tranzystora bipolarnego p-n-p.



### Rozwiązanie zadania M 896.

Załóżmy, że dla pewnego wielościanu wypukłego teza zadania nie jest spełniona. Jeśli oznaczymy przez  $S_n$  liczbę ścian będących  $n$ -kątami, a przez  $W_n$  – liczbę wierzchołków, z których wychodzi  $n$  krawędzi, to oznacza to, że  $W_3 = S_3 = 0$ . Mamy następujące dwa wzory:

$$2K = 3W_3 + 4W_4 + \dots$$

oraz

$$2K = 3S_3 + 4S_4 + 5S_5 + \dots$$

(pierwszy otrzymujemy, zliczając krawędzie wychodzące z wierzchołków, a drugi – zliczając krawędzie na wszystkich ścianach; wynik jest za każdym razem dwa razy większy, niż powinien być, bo każda krawędź ma dwa końce i przylega do dwóch ścian). Wynika z nich, że w naszej sytuacji

$$\begin{aligned} 2K &= 4W_4 + 5W_5 + \dots \geq \\ &\geq 4(W_4 + W_5 + \dots) \geq \\ &\geq 4W \end{aligned}$$

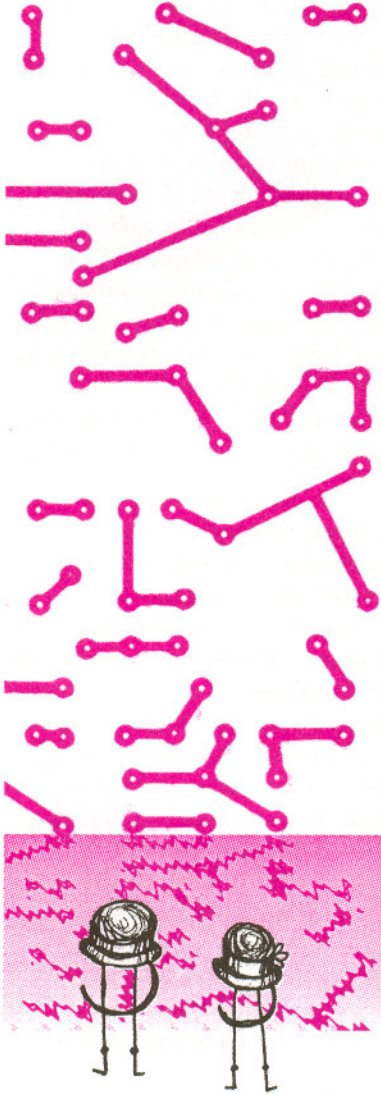
i analogicznie  $2K \geq 4S$ . Wtedy jednak  $4W - 4K + 4S \leq 0$ , co przeczy wzorowi Eulera.





### Rozwiązanie zadania F 509.

Wrażenie barwy jest związane z częstotliwością fali świetlnej, która w danym przypadku nie ulega zmianie. Zmienia się prędkość rozchodzenia się fali w danym ośrodku, i odpowiednio zmienia się też długość fali światła. Nurek będzie więc widział barwę czerwoną.



### Rozwiązanie zadania F 510.

Promienie różnych barw różnie załamują się w soczewce oka, niebieskie silniej niż czerwone. Jeżeli w jednakowej odległości znajdują się dwie rurki neonowe – czerwona i niebieska, to przy oglądaniu czerwonej rurki soczewka źrenicy akomoduje się i staje się bardziej wypukła niż przy oglądaniu rurki niebieskiej. Z drugiej strony, gdy patrzmy na bliskie przedmioty, to soczewka staje się bardziej wypukła niż wtedy, gdy patrzmy na przedmioty odległe.

typu n spełniającymi rolę emitera i kolektora. Tranzystor ten miał lepsze i bardziej stabilne parametry elektryczne od tranzystora ostrzowego, ale był trudny w produkcji, gdyż wymagał wyhodowania kryształu z warstwami o różnym typie przewodnictwa oraz trudnego do wykonania kontaktu elektrycznego do cienkiego obszaru bazy. W roku 1952 John E. Saby z *General Electric Co.* skonstruował pierwszy złączowy tranzystor stopowy. Jego konstrukcja polegała na wtopieniu kulek indu (domieszki, która czyni german półprzewodnikiem typu p) po przeciwnych stronach cienkiej płytki germanu typu n. Tranzystor stopowy stał się pierwszym masowo produkowanym typem tranzystora.

Do roku 1954 tranzystor był ciekawostką laboratoryjną, mającą nieliczne zastosowania w aparatach słuchowych i wojskowych urządzeniach łączności. Zaczęło się to nagle zmieniać, gdy mała firma z Dallas, *Texas Instruments*, rozpoczęła produkcję tranzystorów złączowych do odbiorników kieszonkowych. Wkrótce jednak nieoczekiwanie porzuciła ten rynek, co wykorzystała mała firma japońska *Sony*. Kiedy *Sony* rozpoczęła w latach sześćdziesiątych produkcję tranzystorowych odbiorników telewizyjnych, amerykańska dominacja w elektronice powszechnego użytku zaczęła zanikać. W roku 1956 *IBM* wykupiła licencję na produkcję tranzystorów i wkrótce zbudowała pierwszy komputer na tranzystorach. W tym czasie prezes *IBM*, Thomas J. Watson, przewidywał: „Sądzę, że jest zapotrzebowanie na może pięć komputerów na świecie.”

W dalszym rozwoju tranzystora german został zastąpiony krzemem, półprzewodnikiem, który ma szerszą (1,1 eV) przerwę energetyczną w porównaniu z germanem (0,67 eV), co zmniejszyło nieporządane generowanie nośników mniejszościowych, umożliwiając pracę tranzystorów w wyższych temperaturach. Bardzo ważnym krokiem było skonstruowanie przez fizyka pochodzenia szwajcarskiego, Jeana Hoerniego, tranzystorów planarnych, w których warstwy bazy i emitera powstają przez kontrolowaną dyfuzję domieszek akceptorowych i donorowych w głąb półprzewodnika. Podążając tym tropem, Robert N. Noyce z firmy *Fairchild Semiconductor* skonstruował w 1959 roku pierwszy układ scalony wykorzystujący proces planarny i napyłoną, a następnie selektywnie wytrawioną warstwę aluminium do utworzenia połączeń elektrycznych. Chociaż Jack Kilby z *Texas Instruments* wynalazł układ scalony sześć miesięcy wcześniej, to cały przemysł półprzewodnikowy wkrótce stosował proces planarny zastosowany przez Noyce'a, bo przewyższał on technicznie rozwiązanie Kilby'ego. W 1965 roku Gordon Moore, pracujący w *Fairchild Semiconductor*, sformułował prorocze prawo. Zauważył on, że liczba elementów znajdujących się w jednym układzie scalonym podwajała się co roku, poczynając od roku 1962, osiągając liczbę 50 w roku 1965. Ekstrapolując to empiryczne prawo, przewidywał, że w roku 1975 liczba ta osiągnie wartość 65000 elementów w jednym układzie. W roku 1968 Noyce i Moore opuścili *Fairchild Semiconductor*, aby założyć własną firmę *Intel*, która w roku 1971 wprowadziła na rynek pierwszy czterobitowy mikroprocesor, układ 4004. Dalej rozwój mikroprocesorów potoczył się w przybliżeniu zgodnie z proroczym prawem Moore'a. Jeden z najbardziej zaawansowanych współczesnych mikroprocesorów 64 bitowych, Alpha 21264 firmy *Digital Equipment Corporation*, zawiera 15 milionów tranzystorów wytworzonych na płytce krzemowej o powierzchni 3 cm<sup>2</sup>. Ten procesor, pracując przy częstotliwości zegara 600 MHz, wykonuje cztery instrukcje w czasie jednego cyklu, co daje szybkość pracy 2,4 miliardów operacji na sekundę.

W ciągu minionego półwiecza tranzystor, miniaturowy obiekt, którego zadaniem jest wzmacnianie sygnałów elektrycznych, zmienił pojęcie potęgi państwa, która obecnie w równym stopniu opiera się na zdolności szybkiego przesyłania, przetwarzania i gromadzenia informacji, jak i na posiadaniu klasycznych atrybutów rewolucji przemysłowej, takich jak stal, nośniki energii czy przemysł chemiczny.



# Dokonania fizyki ciała stałego w XX wieku

Tomasz DIETL

Ponieważ fizyka zajmuje się poszukiwaniem praw podstawowych, a nauki techniczne ich wykorzystaniem, można uznać, że fizyka ciała stałego miała w XX wieku krótką historię – zamknęło ją sformułowanie w latach dwudziestych przez Paula Diraca, Enrico Fermiego, Wernera Heisenberga, Wolfganga Pauliego i Erwina Schrödingera praw mechaniki kwantowej, także dla układów, które zawierają wiele cząstek. Prawa te leżą bowiem u podstaw wszystkich własności ciał stałych.

Dlaczego mimo to większość fizyków-naukowców zajmuje się – jak obecnie mówimy – fizyką materii skondensowanej, czy ogólniej, fizyką układów złożonych? Dlaczego w dziedzinie tej stale przyznaje się Nagrody Nobla? Wymienić tu można dwa podstawowe powody. Po pierwsze, wielowiekowe doświadczenie wykazało, że nowe osiągnięcia w dziedzinie fizyki materii skondensowanej stanowią podstawę technologii przyszłości, nawet jeśli w chwili odkrycia zupełnie nie widać ich praktycznego znaczenia. Dotyczy to nie tylko nieznanych zjawisk, ale także nowych materiałów, zgodnie ze stwierdzeniem Tadahiro Sekimoto, prezesa Nippon Electric Corporation, że „kto panuje nad materiałami, panuje nad technologią”. Po drugie, okazuje się z reguły, że własności układów złożonych *nie* wynikają w prosty sposób z zasad rządzących ich składnikami. Jak to ujął Philip W. Anderson – noblista z 1977 r. – „wiele jest inne”. Chodzi tu o to, że opis układów złożonych wymaga często nowych koncepcji, które ze względu na swoją śmiałość intelektualną i uniwersalność odgrywają rolę nowych praw, nawet jeśli formalnie wynikają z praw bardziej podstawowych. Dodajmy w tym miejscu, że dzisiejsze metody komputerowe pozwalają na obliczanie, wychodząc z równań mechaniki kwantowej (*ab initio*), własności układów zawierających jedynie kilkaset atomów oraz ich ewolucję w czasie rzędu zaledwie 10–11 s. Z tego względu ogromne znaczenie mają *metody półempiryczne*, które wykorzystują jako informację wejściową zgromadzoną już wiedzę teoretyczną i doświadczalną o danym zjawisku lub materiale.

Zgodnie z teorią kwantów stan układu opisuje funkcja falowa, której kwadrat wyznacza prawdopodobieństwo znalezienia cząstki w danym obszarze przestrzeni. Obowiązuje przy tym *zasada składania (superpozycji)* funkcji falowych, a nie prawdopodobieństw, w wyniku czego obserwuje się zjawiska *interferencji* i *dyfrakcji*. Z falową naturą opisu ruchu elektronu wiąże się *zasada nieoznaczoności* Heisenberga. Wynika z niej, że wraz ze zmniejszaniem obszaru, w którym znajduje się cząstka, rośnie jej średni pęd, a więc energia kinetyczna. Z tego względu elektron w atomie wodoru

nie spada na proton, a jego średnia odległość od jądra odpowiada minimum sumy energii kulombowskiej i kinetycznej. Okazuje się ponadto, że rozszerzenie opisu kwantowego na układ wielu ciał wymaga uwzględnienia istnienia dodatkowych korelacji (zależności) we względnym ruchu identycznych cząstek, które to zależności nie wynikają z oddziaływania między ciałami, a więc nie mają odpowiednika w fizyce klasycznej. *Korelacje kwantowe* w układach wielu ciał mają inny charakter dla *bozonów*, cząstek o całkowitym (w jednostkach stałej Plancka  $h/2\pi$ ) wewnętrznym momencie pędu (spinie)  $S$ , a inny dla *fermionów*, cząstek o ułamkowym  $S$ . Istnienie tych tzw. *sił statystycznych* prowadzi do *zakazu Pauliego* – dwa fermiony nie mogą znajdować się w tym samym stanie, co jest przyczyną obsadzenia przez elektrony kolejnych poziomów energetycznych w atomach. Bozony są z kolei cząstkami towarzyskimi, prawdopodobieństwo obsadzenia danego stanu rośnie z liczbą cząstek, które już się w nim znajdują – w świetle z lasera wszystkie fotony są w tym samym stanie.

Mówiąc skrótowo – ogólnym celem fizyki materii skondensowanej jest powiązanie własności makroskopowych – termodynamicznych, mechanicznych, magnetycznych, elektrycznych, optycznych, ... – ze składem chemicznym i ułożeniem przestrzennym atomów danej substancji, lub szerzej, z procesem technologicznym, jaki zastosowano do jej otrzymania. Zarys dokonań tej dziedziny wiedzy w XX wieku rozpoczniemy od wyliczenia wybranych sposobów otrzymywania i kształtowania materiałów, a także stosowanych metod doświadczalnych. Następnie przedstawimy przykłady nowych idei oraz substancji, do opisu których mają one zastosowanie. Umieszczony osobno spis laureatów Nagrody Nobla z fizyki i chemii za osiągnięcia z dziedziny nauki o materiałach pozwoli Czytelnikowi na poznanie nazwisk czołowych badaczy oraz na zorientowanie się w chronologii odkryć.

Nie ma wątpliwości, że osiągnięcia fizyki ciała stałego związane są z postępem w wytwarzaniu i kształtowaniu materiałów oraz z rozwojem metod doświadczalnych. Istotnymi etapami było tu opanowanie: umiejętności otrzymywania dużych monokryształów (w tym ciągnięcia z zarodka, tj. *metodą Czochralskiego*, profesora Politechniki Warszawskiej w okresie międzywojennym), zasad czyszczenia wyjściowych składników, a także sposobów nanoszenia cienkich warstw, w tym w warunkach ultrawysokiej próżni, rzędu 1 mPa. Z dzisiejszej perspektywy szczególne znaczenie miało zaproponowanie w latach siedemdziesiątych metod *epitaksji z wiązek molekularnych*, które – łącznie



z technikami litograficznymi – pozwalają obecnie na kształtowanie materiałów z niemal atomową precyzją, podobnie jak rozwijane w latach dziewięćdziesiątych metody manipulacji pojedynczymi cząsteczkami i atomami.

Obok charakteryzacji materiałów poprzez badanie ich własności cieplnych, elektrycznych, magnetycznych, akustycznych, ... jako sondy doświadczalne stosowane są strumienie m.in. fotonów, elektronów i neutronów, często o znacznym natężeniu. Rozpraszanie sprężyste dostarcza przy tym informacji o przestrzennym położeniu atomów, a niesprężyste pozwala na wyznaczenie widma możliwych wzbudzeń badanego materiału. Ważną metodę, także w chemii, biologii i medycynie, stanowi spektroskopia rezonansu magnetycznego, rozwijana m.in. przez uczniów prof. Henryka Niewodniczańskiego w Krakowie i prof. Arkadiusza Piekary w Poznaniu. Polega ona na określaniu położenia atomów i ich wiązań chemicznych za pomocą badania częstości precesji momentów magnetycznych jąder i elektronów w polu magnetycznym. Ciekawe dane o gęstości elektronów i kierunkach ich momentu magnetycznego pochodzą także z analizy rozkładu energii i pędu fotonów  $\gamma$ . Ich źródłem są izotopy-sondy promieniotwórcze lub powstają one w wyniku anihilacji pozytonów bądź rozpadu mionów wewnątrz naświetlanej nimi próbki. Doświadczenia prowadzone są nierzadko w ekstremalnie niskich temperaturach (do 10  $\mu$ K), wysokich ciśnieniach (do 30 GPa) i polach magnetycznych (do 100 T). Dzisiejsza mikroskopia elektronowa i tunelowa osiąga przestrzenną zdolność rozdzielczą około 0,1 nm, a metody optyczne pozwalają na badanie zjawisk w czasie rzeczywistym z rozdzielczością rzędu 10 fs.

Podstawowym pojęciem stosowanym przy opisie teoretycznym ciał stałych jest struktura pasmowa. Obrazuje ona zależność energii elektronów od pędu (wektora falowego) w obecności potencjału kulombowskiego jonów, które tworzą rozważany materiał. To, że elektrony w ciele stałym odrywają się od macierzystych atomów, a więc opisane są przestrzennie rozciągłymi funkcjami falowymi Blocha, wynika z kwantowomechanicznego malenia energii kinetycznej wraz z delokalizacją (rozmyciem) prawdopodobieństwa znalezienia cząstki. Prowadzi to do powstania kowalencyjnych wiązań chemicznych oraz zapobiega krzepnięciu (a więc lokalizacji) zarówno np. helu, jak i cieczy elektronowej, nawet w zerowej temperaturze. Z analizy zjawiska interferencji fal rozpraszanych przez okresowy potencjał otrzymuje się warunki Bragga. Podają one, dla jakich zakresów długości fal (pasm energii) możliwe jest ich swobodne rozchodzenie się, a kiedy następuje całkowite odbicie.

Stopień wypełnienia pasm przy danej liczbie elektronów przypadających na atom określają głębokie i uniwersalne związki symetrii kryształu (a więc

symetrii potencjału) ze stopniem degeneracji pasm zbudowanych z poszczególnych poziomów atomowych. Jeśli teraz najwyższe pasmo zawierające elektrony nie jest całkowicie nimi zapełnione, materiał jest metalem – pole elektryczne wywołuje przepływ prądu, tj. pojawienie się większej liczby elektronów o wektorze prędkości skierowanym w kierunku przeciwnym do pola. W przypadku pasm całkowicie wypełnionych jedynie zaburzenie (np. foton) o energii większej niż przerwa energetyczna może „przerzucić” elektrony z zapełnionego pasma walencyjnego do pustego pasma przewodnictwa, zmieniając w ten sposób stan kryształu. Umownie przyjmujemy, że materiały o przerwie energetycznej mniejszej od około 5 eV są półprzewodnikami, a o większej izolatorami (dielektrykami). Wśród nich odkryto ferroelektryki, w których następuje spore wychylenie jonów z położeń równowagi pod wpływem pola elektrycznego, tak że stała dielektryczna (polaryzowalność) osiąga znaczne wartości. W przypadku elektrolitów stałych pole elektryczne wywołuje przepływ jonów, a w kryształach ciekłych prowadzi do reorientacji długich cząsteczek organicznych.

Jest dość oczywiste, że wpływ zewnętrznego zaburzenia na własności materiału jest bardzo złożony. W przypadku rozważania elektronu wzbudzonego przez foton należy, na przykład, uwzględnić wpływ na jego ruch lokalnego odkształcania się sieci krystalicznej pod wpływem oddziaływania elektronu z atomami. Jednym z ciekawszych pojęć fizyki materii skondensowanej, które stosuje się do opisu własności materiałów w niezerowej temperaturze lub w obecności zewnętrznego zaburzenia, jest pojęcie kwazicząstki. W omawianym przykładzie stanowi ją polaron – elektron poruszający się wraz z otaczającym go obszarem odkształconej sieci krystalicznej. Znaczenie tego pojęcia wynika z faktu, że ogólne rozważania teoretyczne na temat charakteru zaburzenia oraz symetrii ośrodka pozwalają na określenie statystyki, jakiej podlegają kwazicząstki oraz postaci ich związku dyspersyjnego, tj. zależności energii od pędu. Wyznaczenie parametrów, które charakteryzują ten związek, następuje na drodze doświadczalnej. Przy niezbyt wysokich temperaturach i niewielkich zaburzeniach liczba kwazicząstek jest na tyle mała, że możemy opisywać zjawiska ich ruchu, korzystając z równań kinetycznych, sformułowanych dla gazów przez Boltzmanna jeszcze w dziewiętnastym wieku.

Istnieje wiele przykładów kwazicząstek. Wymieńmy dwa rodzaje bozonów: fonon, tj. fala akustyczna oraz ekscyton – elektron i pozostawiona po nim dziura w paśmie walencyjnym związane przyciąganiem kulombowskim. Jak widzimy, kwazicząstki-bozony mogą powstawać z fermionów – jest to zjawisko znane jako przemiana statystyczna. W metalach w odpowiednio niskich temperaturach polarony łączą się w pary Coopera, bozony, których koncentracja



jest dostatecznie duża, by zaszła *kondensacja Bosego-Einsteina* – obsadzenie przez wszystkie kwazicząstki jednego stanu kwantowego. Przejawia się to jako makroskopowe zjawisko kwantowe – *nadprzewodnictwo*, a w przypadku par atomów izotopu  $\text{He}^3$  lub neutronów (w gwiazdach z nich zbudowanych) jako *nadciekłość*. Istnieją też kwazicząstki, które podlegają statystyce pośredniej między fermionową a bozonową. Co więcej ładunek tych niezwykłych tworów jest ułamkiem ładunku elementarnego. Powstają one w silnych polach magnetycznych, w układach, w których ruch elektronów możliwy jest jedynie w pewnej płaszczyźnie. Tworzy je elektron i przypadająca na niego część całkowitego strumienia magnetycznego przechodzącego przez tę płaszczyznę. Odkrycie *kwazicząstek Laughlina* zostało wyróżnione Nagrodą Nobla w 1998 r.

*Całkowite i ułamkowe zjawisko Halla*, którego badanie doprowadziło do odkrycia kwazicząstek Laughlina, stanowi jeden z wielu przykładów silnego wpływu *wymiaru przestrzeni* na własności materii skondensowanej. Dzisiaj już coraz lepiej rozumiemy, dlaczego możliwe stany skupienia, natura ich przemian oraz charakter i własności kwazicząstek zależą od tego, czy areną zjawisk jest długi łańcuch cząsteczek organicznych (*układ jednowymiarowy*), płaszczyzna międzypowierzchni Si/SiO<sub>2</sub> w tranzystorze polowym z izolowaną bramką (*układ dwuwymiarowy*), czy też pręt metalu (*układ trójwymiarowy*). Stworzone sztucznie układy *jedno- i zerowymiarowe* noszą nazwę odpowiednio *drutów i kropek kwantowych*. Należy podkreślić, że ten sam obiekt – np. cząsteczka węgla *fulleren C<sub>60</sub>* – może stanowić układ trójwymiarowy z punktu widzenia jednych zjawisk, natomiast być tworem dwuwymiarowym lub zerowymiarowym dla innych. Badania układów niskowymiarowych ugruntowały też przekonanie fizyków układów złożonych, że skomplikowane struktury, jak *fraktale* (np. płatki śniegu) mogą powstawać w wyniku prostych i wysokosymetrycznych oddziaływań.

Bardzo ważnym dokonaniem fizyki ciała stałego było wytłumaczenie znanego od wieków silnego wpływu nawet niewielkiej koncentracji *defektów i domieszek* na własności materiałów. Już w latach trzydziestych pokazano, w jaki sposób łańcuchy i płaszczyzny zerwanych wiązań (*dyslokacje*) wpływają na własności mechaniczne metali, oraz określono zjawiska mikroskopowe, które są odpowiedzialne za modyfikację tych własności przy obróbce termicznej i domieszkowaniu. W przypadku półprzewodników dramatyczne zmiany własności elektrycznych i optycznych wywoływane są domieszkami o wartościowości innej niż pierwiastków macierzystych. *Donory*, domieszki z wyższej grupy tablicy Mendelejewa, wprowadzają nadmiarowe elektrony, które obsadzają pasmo przewodnictwa. W wyniku domieszkowania *akceptorami* pojawiają się *dziury* w paśmie walencyjnym. Donorami i akceptorami

mogą też być defekty: wspomniane wyżej dyslokacje, ale także *luki* oraz... *powierzchnia* materiału, na której pojawiają się wiązania niewysyczone. Łączą się one często ze sobą, co prowadzi do *rekonstrukcji powierzchni*, bądź też następuje jej *pasywacja* w wyniku związania atomów z otaczającej atmosfery. Znacznym wysiłkiem badawczym zidentyfikowano zjawiska mikroskopowe, które są odpowiedzialne za wpływ naświetlania, wygrzewania, ściskania, rozciągania, ... na własności i koncentrację defektów.

Z punktu widzenia zastosowań szczególnie doniosłe były badania natury złącz różnych materiałów. Wyróżniamy tu *heterozłącza* – połączenie dwóch różnych substancji – oraz *homozłącza*, które powstają, gdy w tym samym materiale następuje skok koncentracji domieszek. W obu przypadkach następuje redystrybucja ładunku, tak by powstałe pole elektryczne kompensowało różnicę energii elektronów w poszczególnych składnikach złącza. W pionierskich pracach z tej dziedziny uczestniczył w latach czterdziestych profesor Leonard Sosnowski, twórca fizyki półprzewodników w Polsce. W przypadku gdy dwa materiały oddziela bardzo cienka „przekładka”, możliwe jest kwantowo-mechaniczne *tunelowanie kwazicząstek* między nimi, nawet gdy w obszarze ich energii nie ma stanów elektronowych w materiale przekładki. Uogólnienie pojęcia złącza stanowią *nadstruktury*, obiekty o przestrzennie modulowanych własnościach elektrycznych, optycznych, magnetycznych, ... W przypadku gdy modulacja zachodzi w jednym wymiarze, tzn. układ zbudowany jest z naprzemiennie umieszczonych układów dwuwymiarowych, mówimy o *supersieciach*.

Doniosłym osiągnięciem dwudziestowiecznej fizyki było wykazanie, że istnieje wiele sytuacji, których opis nie jest możliwy w języku struktury pasmowej. Chodzi tu przede wszystkim o zjawiska w *układach silnie skorelowanych* oraz *nieuporządkowanych*. Do pierwszych z nich należą *materiały magnetyczne*. Pierwszoplanową rolę odgrywa tu odpychanie kulombowskie między elektronami, które znajdują się na silnie zlokalizowanych wokół jąder – i równocześnie niezapełnionych – powłokach elektronowych. Oddziaływanie to, w połączeniu z zakazem Pauliego, powoduje, że nawet w ciele stałym powłoki te są „omijane” przez elektrony pasmowe, dzięki czemu zachowują zlokalizowany charakter i nieskompensowany moment magnetyczny, a także atomowy charakter wewnątrzpowłokowych widm optycznych. Takie własności mają przede wszystkim elektrony na powłoce *3d* w metalach przejściowych oraz *4f* w lantanowcach i *5f* w aktynowcach, badanych intensywnie przez szkołę profesora Włodzimierza Trzebiatowskiego we Wrocławiu. Zbudowanie teorii układów, w których współlistnieją elektrony w stanach rozciągniętych i zlokalizowanych, stanowi ciągle otwarte zagadnienie badawcze. W ostatnich kilkunastu latach – w związku



z wykryciem *nadprzewodników wysokotemperaturowych* – prowadzone są prace, które mają na celu zbadanie relacji między korelacjami magnetycznymi i nadprzewodnictwem.

Jeśli mierzyć wagę teorii liczbą dziedzin, do opisu których ma ona zastosowanie, wówczas przypuszczalnie na czele znalazłaby się fizyka *układów nieuporządkowanych*. Metody teoretyczne rozwinięte przy badaniach rozkładu kierunków momentów magnetycznych lub zasięgu dyfuzji elektronów pod działaniem sił o losowym kierunku i wartości są wykorzystywane obecnie do analizy kursów giełdowych i ochrony lasów przed szkodnikami. Okazuje się również, że rozkład poziomów kwantowych w układach nieuporządkowanych ma wiele cech charakteryzujących ruch cząstki klasycznej w obecności siły, która w złożony, ale określony sposób zależy od czasu. Związek między *chaosem deterministycznym* układów klasycznych a własnościami rozkładu poziomów kwantowych

stanowi jeden z wielu przykładów badań współczesnej fizyki układów złożonych. Powszechnie znanymi strukturami nieuporządkowanymi są *ciała bezpostaciowe (amorficzne)*, np. szkło. Ponieważ niekryształiczna struktura umożliwia takie lokalne ułożenie atomów, aby wszystkie wiązania zostały wysyczone, własności elektryczne i optyczne tych materiałów *nie* są modyfikowane przez domieszki. Wyjątkiem są domieszki magnetyczne, które także w szklach zachowują atomową strukturę poziomów *d* i *f*. Wewnątrzpowłokowe przejścia optyczne wykorzystywane są w witrażach gotyckich, a ostatnio w infostradach światłowodowych do optycznego wzmacniania sygnałów.

A czym będą się zajmowali fizycy materii skondensowanej w przyszłym stuleciu? Czy badania układów złożonych przybliżą nas do poznania tajemnic biologii i psychologii? Zapewne jednak najwięcej uwagi będą przyciągały te zagadnienia, których nie można dzisiaj przewidzieć...

## Laureaci Nagrody Nobla za osiągnięcia w dziedzinie fizyki i chemii materii skondensowanej

### Fizyka:

- 1998** Robert B. Laughlin, Horst L. Stormer, Daniel C. Tsui za odkrycie cieczy kwantowej ze wzbudzeniami o ładunku ułamkowym.
- 1996** David M. Lee, Douglas D. Osheroff, Robert C. Richardson za odkrycie nadciekłości w izotopie  $\text{He}^3$ .
- 1994** Bertram N. Brockhouse za rozwój spektroskopii neutronowej; Clifford G. Shull za rozwój metod dyfrakcji neutronowej.
- 1991** Pierre-Gilles De Gennes za odkrycie, że metody rozwinięte do badań zjawisk uporządkowania w prostych układach mogą być uogólnione na złożone postaci materii, w szczególności ciekłe kryształy i polimery.
- 1987** J. Georg Bednorz, Alexander Müller za odkrycie nadprzewodnictwa w materiałach ceramicznych.
- 1986** Ernst Ruska za podstawowe prace z optyki elektronowej i projekt pierwszego mikroskopu elektronowego; Gerd Binnig, Heinrich Rohrer za projekt skaningowego mikroskopu tunelowego.
- 1985** Klaus von Klitzing za odkrycie kwantowego zjawiska Halla.
- 1982** Kenneth G. Wilson za teorię zjawisk krytycznych w przemianach fazowych.
- 1981** Kai M. Siegbahn za rozwój wysokorozdzielczej spektroskopii elektronowej.
- 1978** Piotr Leonidowicz Kapica za podstawowe idee i odkrycia w zakresie fizyki niskich temperatur.
- 1977** Philip W. Anderson, Nevill F. Mott, John H. Van Vleck za prace teoretyczne na temat struktury elektronowej układów magnetycznych i nieuporządkowanych.
- 1974** Leo Esaki, Ivar Giaever za odkrycie zjawiska tunelowania w półprzewodnikach i nadprzewodnikach; Brian D. Josephson za teoretyczne przewidzenie własności nadprzewodzenia poprzez barierę tunelową.
- 1972** John Bardeen, Leon N. Cooper, J. Robert Schrieffer za wspólnie podaną teorię nadprzewodnictwa.
- 1970** Louis Néel za podstawowe prace i odkrycia z zakresu antyferromagnetyzmu i ferromagnetyzmu, które doprowadziły do ważnych zastosowań fizyki ciała stałego.
- 1962** Lew Dawidowicz Landau za pionierskie teorie materii skondensowanej, w szczególności ciekłego helu.

- 1961** Rudolf Ludwig Mössbauer za badania nad absorpcją rezonansową promieni  $\gamma$ .
- 1956** William Shockley, John Bardeen, Walter Houser Brattain za badania półprzewodników i odkrycie zjawiska tranzystorowego.
- 1952** Felix Bloch, Edward Mills Purcell za odkrycie nowych metod pomiarów magnetycznej precesji jąder atomowych.
- 1946** Percy Williams Bridgman za pomysł aparatury do wytwarzania bardzo wysokich ciśnień i odkrycia z zakresu fizyki wysokich ciśnień.
- 1924** Karl Manne Georg Siegbahn za odkrycia i badania na polu spektroskopii promieni Roentgena.
- 1920** Charles Edouard Guillaume w uznaniu zasług, jakie oddał na polu precyzyjnych pomiarów w fizyce przez odkrycie anomalii w stopach stali niklowej.
- 1915** William Henry Bragg, William Lawrence Bragg za badanie struktury kryształów przy użyciu promieni Roentgena.
- 1914** Max von Laue za odkrycie ugięcia promieni Roentgena przez kryształy.
- 1913** Heike Kamerlingh-Onnes za badanie właściwości materii w niskich temperaturach.

### Chemia:

- 1998** Walter Kohn za rozwój teorii funkcjonału gęstości.
- 1996** Robert F. Curl, Jr., Harold W. Kroto, Richard E. Smalley za odkrycie fullerenów.
- 1991** Richard R. Ernst za rozwój wysokorozdzielczej spektroskopii magnetycznego rezonansu jądrowego.
- 1985** Herbert A. Hauptman, Jerome Karle za wybitne osiągnięcia w rozwoju bezpośrednich metod określania struktury kryształów.
- 1977** Ilya Prigogine za wkład do teorii termodynamiki nierównowagowej, w szczególności układów dysypatywnych.
- 1968** Lars Onsager za odkrycie związków symetrii noszących jego imię, które stanowią podstawę termodynamicznych procesów nieodwracalnych.
- 1963** Karl Ziegler, Giulio Natta za odkrycia na polu chemii oraz technologii polimerów.
- 1954** Linus Carl Pauling za badania natury wiązań chemicznych i ich zastosowania do wyjaśnienia struktur substancji złożonych.



## Co to jest mikroprocesor?

Mikroprocesor – ależ to proste! Mam nadzieję, że tak wypowiesz się, drogi Czytelniku, po przeczytaniu tego artykułu. Proste – wcale nie oznacza, że banalne. Proste, bo wynika z genialnego w swej prostocie pomysłu.

\*\*\*\*\*

Kilka lat temu, na którymś z rodzinnych spędów, jedna z moich kuzynek, wówczas sześciolatnia Ania zapytała mnie wprost i przy wszystkich – *Wujku, co to jest mikroprocesor?* – Skąd jej przyszło do głowy to pytanie, nie wiem do dzisiaj, ale faktem jest, że dobrze wiedziała, do kogo takie pytanie adresować. Reszta towarzystwa zamieniła się w słuch i nie wypadalo mi się wykręcić od odpowiedzi. Zanim moje szare komórki zdążyły wypracować jakikolwiek zarys odpowiedzi na poziomie sześciolatka, Ania drażyła temat dalej. – *Czy mikroprocesory to takie klocki LEGO, co same mi zbudują domek dla lalki?*

– *Mikroprocesory mają bardzo wiele wspólnego z klockami LEGO* – odpowiedziałem Ani poważnie. – *Twoje klocki mają tylko kilka form, z których jednak możesz za każdym razem budować inne, wspaniałe domki dla lalek. Składasz te formy tak, aby powstał z nich domek taki, jaki sobie wymyśliłaś i jaki jest potrzebny twojej lalce. Mikroprocesor ma zestaw prostych umiejętności nazywanych **rozkazami**. Z tych rozkazów, tak jak z klocków LEGO, programista buduje **program**, czyli **programuje** mikroprocesor. Mikroprocesor wykonuje program, to znaczy kolejno realizuje rozkazy zawarte w programie. W ten sposób taki sam mikroprocesor może sterować lodówką, pralką lub telewizorem, dlatego że w każdym z tych urządzeń wykonuje inny program.*

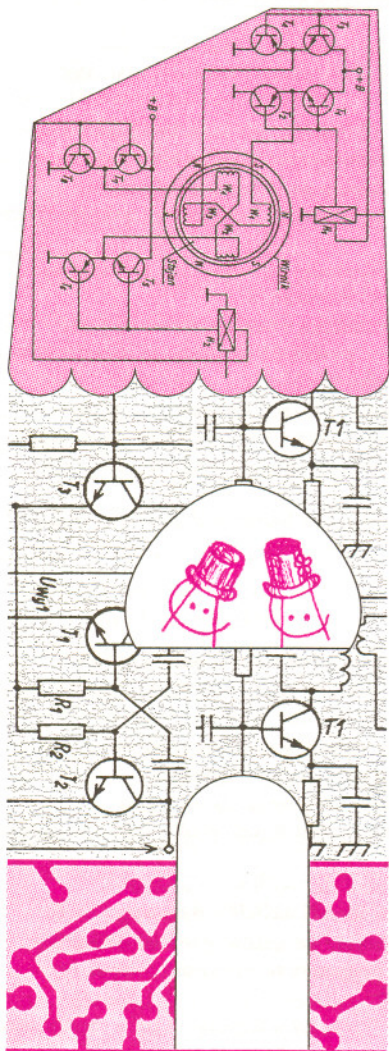
– *Tomek powiedział* – Ania przerwała mi ten chyba zbyt poważny wywód, a miała na myśli swojego brata, – *że w moich klockach brakuje kótek i on nie może zbudować samochodu.*

– *Podobna sytuacja jest w rodzinie mikroprocesorów. Produkuje się różne typy mikroprocesorów, a każdy z nich ma inne umiejętności i dlatego mogą być stosowane w tak wielu miejscach. Nie jest możliwe i uzasadnione stworzenie jednego wielkiego mikroprocesora, co umie wszystko...*

– *Powiedziałeś, że programowanie to takie budowanie, jak z klocków LEGO* – Ania wtrąciła bardzo trafną uwagę. – *To znaczy, że ja umiem programować, skoro sama buduję domki?*

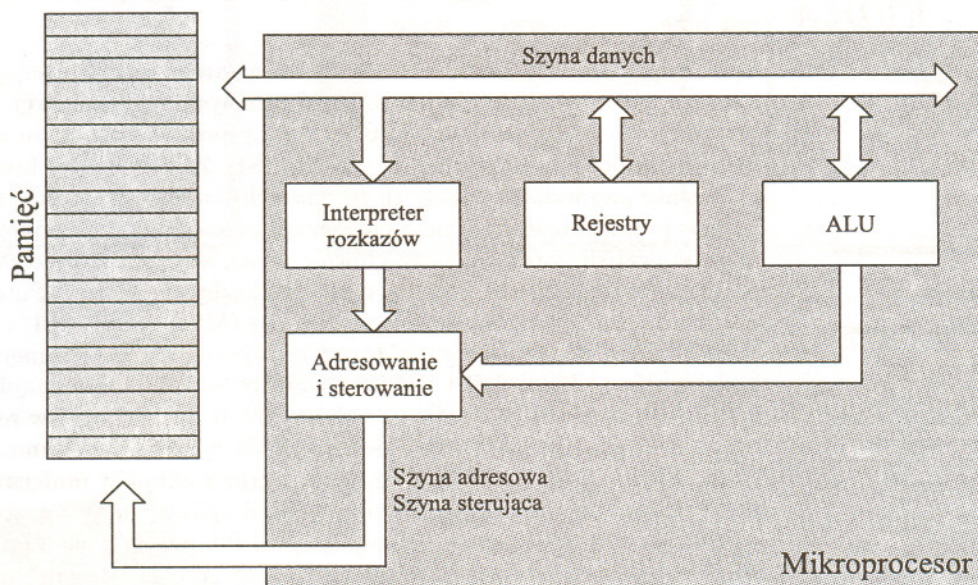
– *Z pewnością* – odpowiedziałem, nie zdając sobie sprawy, że w ten sposób wywołam burzę. – *Tato, obiecałeś, że jak będę umiała programować, to kupisz mi komputer!* – Ania postawiła na swoim. Do dzisiaj kuzyn wypomina mi, że musiał zamienić planowane atrakcyjne wakacje za granicą na komputer...

\*\*\*\*\*





Mikroprocesor jest więc układem elektronicznym, który ma tę niezwykłą umiejętność, że realizuje rozkazy, czyli operacje arytmetyczne bądź logiczne, sterowane przez program. Rysunek pomoże nam zrozumieć, jak to jest możliwe.



Podstawowa struktura funkcjonalna mikroprocesora.

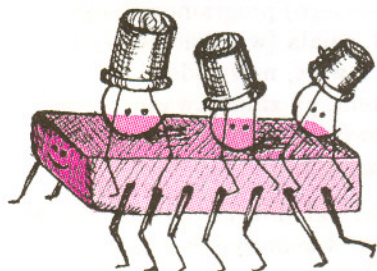
Program jest umieszczony w **pamięci**, czyli specjalizowanym układzie elektronicznym, który może przechowywać informacje. Jest podobny do stosu szuflad. Każda szuflada (nazywana profesjonalnie **komórką pamięci**) jest oznaczona niepowtarzalnym numerem (inaczej: **adresem**) i zawiera określoną liczbę **bitów**. Bitem nazywamy podstawową jednostkę informacji, która może przyjąć wartość zera lub jedynki.

Mikroprocesor adresuje określoną komórkę pamięci za pomocą tzw. **szyny adresowej** i jej zawartość, poprzez **szynę danych**, trafia do mikroprocesora. W ten sposób następuje pobranie  **kodu rozkazu**, który za pośrednictwem **bloku interpretera rozkazów** uruchamia proces wykonania rozkazu. Lista możliwych rozkazów zależy od typu mikroprocesora i nie będziemy wdawać się w szczegóły.

Za operacje logiczne i arytmetyczne, jakie są wykonywane na polecenie programu, jest odpowiedzialna **jednostka arytmetyczno-logiczna**, nazywana powszechnie **ALU** (skrót ang.). To jej możliwości decydują o tzw. **mocy obliczeniowej** mikroprocesora.

Mikroprocesor ma **rejstry**, czyli takie własne prywatne szufladki przechowujące potrzebne informacje. Ich liczba i przeznaczenie są bardzo indywidualne, ale o kilku z nich warto wspomnieć. Najważniejszy jest **licznik rozkazów**, który po wykonaniu bieżącego rozkazu zwiększa swą wartość, czyli pozwala sięgnąć po następny rozkaz zapisany w pamięci. Kolejnym ważnym rejestrem jest **akumulator**. Jego zadaniem jest przechowanie **danych**, nad którymi do woli może się pastwić ALU.

Mikroprocesory od początku lat 70. do chwili obecnej przeszły niewyobrażalny rozwój technologiczny i funkcjonalny. We współczesnych rozwiązaniach trudno się dopatrzeć podobieństw do pierwowzorów. Jednak sama idea praktycznie nie uległa zmianie. Bo po co zmieniać to, co jest genialnie proste?



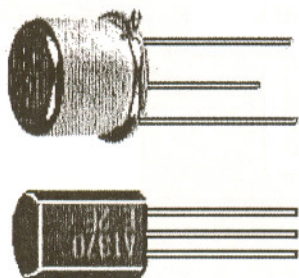
*Małą Deltę przygotował Krzysztof POŹNIAK*



# Od tranzystora do rekonfigurowalnych komputerów

Ignacy Maciej

KUDEŁA



Rys. 1. Tranzystory.

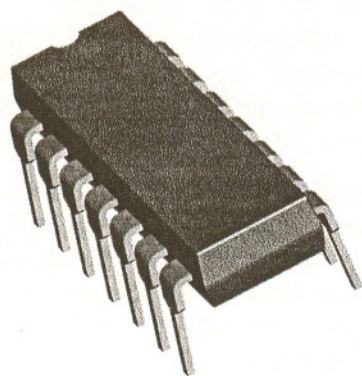
Sposób budowania cyfrowych urządzeń elektronicznych zmienił się bardzo w ciągu ostatniego ćwierćwiecza. Zmieniło się to, z czego się buduje te urządzenia, zmieniły się metody konstrukcji, ale także i to, co się konstruuje, jest inne.

Cyfrowymi urządzeniami elektronicznymi są zarówno komputery, jak też różnego rodzaju urządzenia automatyki przemysłowej, naukowej lub domowej. W latach 70. konstruktor takich urządzeń dysponował dosyć dużą gamą układów scalonych małej skali integracji (SSI). Zawierały one bramki logiczne i elementy pamięciowe, z których można było budować całe urządzenia. Zestaw bramek logicznych oraz elementów pamięciowych w miarę upływu czasu stawał się coraz bogatszy głównie po to, aby można było zaprojektować potrzebne urządzenie za pomocą mniejszej liczby elementów. Potem pojawiały się układy coraz większej integracji: średniej (MSI), dużej (LSI) i bardzo dużej (VLSI), pozwalając projektować urządzenia z jeszcze mniejszą liczbą podzespołów. Układy LSI i VLSI realizowały funkcje, które znajdowały szerokie zastosowanie, mogły być zatem produkowane w dużej ilości i w rezultacie ich cena mogła być niska. Typowe urządzenia cyfrowe budowano, używając kilku układów LSI lub VLSI, otaczając je grupą układów mniejszej integracji. Podstawową metodą projektowania urządzeń cyfrowych było rysowanie schematów elektronicznych. Układ SSI, MSI lub większej skali integracji był w takim schemacie reprezentowany przez blok (prostokątny lub inny), a jego funkcja opisana była – w przypadku skomplikowanych układów – na wielu stronach dokumentacji katalogowej. Zrozumienie działania urządzenia wymagało zatem znajomości schematu urządzenia (zaznajomienia się ze znaczeniem symboli graficznych w nim występujących), a także opisu katalogowego bardziej skomplikowanych układów.

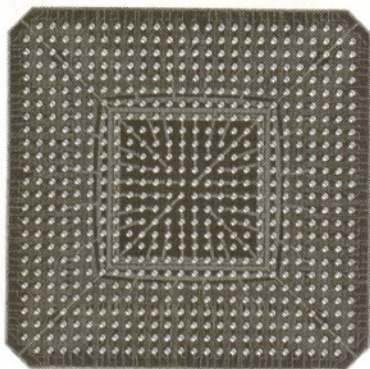
W latach 80. zaczęły pojawiać się programowalne układy logiczne. Zamiast składać schemat z kostek elementów logicznych (SSI lub MSI), można opisać funkcję, która ma być zrealizowana i spróbować zapisać ją do wnętrza takiego programowalnego układu. Te funkcje można było zmieniać, także wielokrotnie. Dzisiaj projektant dysponuje bardzo dużym zestawem takich układów. Istnieje wiele rodzin układów programowalnych różniących się wielkością, szybkością działania, sposobem programowania. Rodziny te są na ogół dosyć liczne, tak aby można było realizować za ich pomocą zarówno urządzenia proste (i tanie), jak i bardzo duże (i drogie). Duże układy programowalne mogą zawierać kilkaset doprowadzeń (nózek), setki tysięcy elementarnych elementów logicznych, które mogą być łączone w prawie dowolny sposób. Także sposób programowania (konfigurowania) takich układów może być bardzo wygodny – np. można je konfigurować przez komputer (przez sieć) na zmontowanym i działającym urządzeniu!

Wydaje się jednak, że najważniejsze (i najciekawsze) są zmiany w sposobie projektowania i sprawdzania funkcji, jakie te programowalne układy mają realizować. Współczesny projektant ma do dyspozycji różne zintegrowane środowiska programowe, za pomocą których może zaprojektować funkcje swojego urządzenia, załadować je do wybranego (lub dowolnego) programowalnego układu, a także zbadać, jak to, co zaprojektował, działa (w sensie algorytmu oraz szybkości). Jeżeli ta symulacja wygląda poprawnie, może oddać ten układ w ręce projektanta płytki drukowanej. Potem, po zmontowaniu całego urządzenia, może jeszcze zmodyfikować funkcje swojego układu (z wyjątkiem wyprowadzeń, które łączą ten układ z resztą urządzenia).

Są bardzo różne sposoby projektowania zawartości układów programowalnych: dla najbardziej konserwatywnych – można rysować schematy jak onegdaj, używając symboli graficznych odpowiadających funkcjom logicznym, ale można też opisać działanie za pomocą języka bardzo zbliżonego do języka C (z różnymi strukturami) lub też w końcu za pomocą grafu opisującego algorytm z elementami, które mogą być dowolnym sposobem opisu. Rezultat tej ewolucji

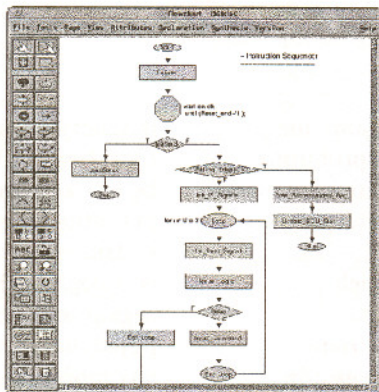
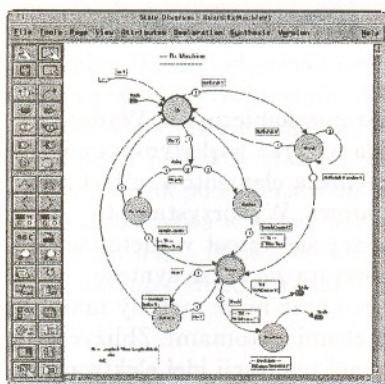


Rys. 2. Układ scalony SSI.



Rys. 3. Układ scalony VLSI.





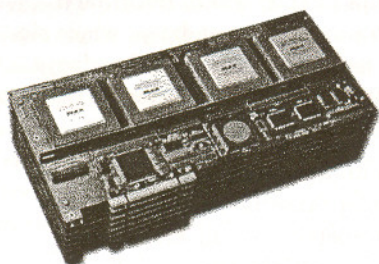
```

VHDL ENERGY - (SBEU)
File Tools Attributes Synthesis Version Help
Read Architecture Pop Top
architecture rev1 of COUNTn is
    signal count : std_logic_vector (width do
begin
    p1:
    process (clk)
    begin
        if (clk'event and clk = '1') then
            if (clr = '1') then
                count <= (others => '0');
            elsif (load = '1') then
                count <= d;
            else
                count <= count + "1";
            end if;
        end if;
    end process;
    y <= count;
end;
    
```

Rys. 4. Projektowanie układów programowalnych na przykładzie systemu Visual HDL™ firmy Summit Design Inc.

to łatwość opisu działania, znacznie zwiększona szybkość realizacji projektu, lepsza gwarancja poprawności. Znacznie zmniejsza się „odległość” między zlecającym projekt a jego realizatorem. Pozwala to na skuteczniejsze realizowanie projektu.

W rezultacie poszerza się zakres stosowania takich urządzeń. Jednym z najnowszych sposobów użycia programowalnych układów logicznych (CPLD i FPGA) są rekonfigurowalne komputery, których działanie jest określone nie przez program, ale przez konfigurację elementów logicznych. Jest to zestaw programowalnych układów logicznych połączonych między sobą często za pomocą także programowalnych elementów łączących. Ma on połączenie z komputerem, który pozwala na programowanie architektury i funkcji całego urządzenia. Tradycyjny komputer (wg koncepcji von Neumanna) pozwalał zrealizować dowolny algorytm; rekonfigurowalny komputer pozwala projektować komputer dla dowolnego algorytmu. Zapewnia to bardzo dużą szybkość działania.



Rys. 5. Rekonfigurowalny komputer XCITE-1000 firmy Axis Systems™.

Niezależnie od tych nowych zastosowań – współczesne urządzenie cyfrowe to kilka specjalizowanych VLSI uzupełnionych przez duży programowalny układ, który zapewnia wszelkie połączenia między VLSI. Dodatkowym elementem jest bezpieczeństwo praw autorskich twórców urządzenia – bez „treści” układu programowalnego urządzenie nie będzie działało!



## Zadania

Redaguje *Lukasz WIECHECKI*

**M 895.** Udowodnić, że suma kątów wszystkich ścian wielościanu wypukłego jest równa podwojonej sumie kątów wielokąta o tej samej liczbie wierzchołków.

Rozwiązanie na str. 14

**M 896.** Udowodnić, że każdy wielościan wypukły ma kąt trójkątny lub ścianę trójkątną.

Rozwiązanie na str. 2

**M 897.** Udowodnić, że każdy wielościan wypukły ma ścianę o mniej niż sześciu bokach.

Rozwiązanie na str. 16

Redaguje *Ewa CZUCHRY*

**F 509.** Długość fali promienia czerwonego w wodzie jest równa długości fali promienia zielonego w powietrzu. Woda jest oświetlona światłem czerwonym. Jaki kolor widzi przebywający pod wodą nurek?

Rozwiązanie na str. 3

**F 510.** Gdy patrzymy na neonową reklamę świetlną, to litery czerwone zawsze wydają się być bliżej nas niż niebieskie czy zielone. Jak to wytłumaczyć?

Rozwiązanie na str. 3

**Uwaga:** Przypominamy Czytelnikom wzór Eulera, który prawdziwy jest dla wszystkich wielościanów wypukłych:

$$S - K + W = 2,$$

gdzie  $S$  oznacza liczbę ścian,  $K$  – liczbę krawędzi, a  $W$  – liczbę wierzchołków.



# O przyszłości miniaturyzacji

Tomasz DIETL

Mimo że – jak ktoś zauważył – przewidywanie nie jest trudne, chyba że dotyczy przyszłości, spróbujmy zastanowić się nad możliwymi scenariuszami rozwoju mikroelektroniki. Jednym z nich jest ten, który zaszedł w przypadku podróży przez oceany – jak wiemy, od ponad 20 lat prędkość pasażerskich samolotów transkontynentalnych nie zmienia się. Także w przypadku mikroelektroniki bariera finansowa (koszt budowy fabryki mikroprocesorów sięga 2 mld dolarów), psychologiczna (opór przed nowościami oraz brak uzasadnienia zwiększania potencjału informatycznego), prawna (zapobieganie rozpowszechnianiu się terroryzmu i pornografii przez sieć), . . . , mogą spowodować wypłaszczenie się krzywej Moora prognozującej tempo rozwoju.

Uważa się jednak dość powszechnie, że konstruowanie coraz lepszych systemów informatycznych będzie jeszcze przez długi czas uzasadnione. Sądzi się bowiem na przykład, że przejście od obecnych obliczeń gigaflapowych ( $10^9$  operacji zmiennoprzecinkowych na sekundę) do pentaflapowych ( $10^{15}$ ) otworzy zupełnie nowe możliwości zarówno w świecie rozrywki wirtualnej, jak i, przykładowo, w symulacjach procesów biologicznych oraz – ze względu na szybkie rozpoznawanie kształtów – w dziedzinie sterowania w czasie rzeczywistym.

Czy jednak dalszy postęp poprzez proste zmniejszanie rozmiarów tranzystorów MOSFET oraz komórek pamięci ferromagnetycznych i optycznych jest możliwy? Słysz się opinie, że dzisiejsza technologia i jej rozwój według krzywej Moora będzie trwał nie dłużej niż 5 do 10 lat. Wiąże się to z wieloma trudnościami technicznymi, często niezbyt spektakularnymi – dla przykładu mniejszym problemem jest dzisiaj przyspieszenie pracy procesora niż zlikwidowanie opóźnień przenoszenia sygnałów przez jego obudowę. . . Są też oczywiście bariery o charakterze bardziej podstawowym – dyfrakcyjne ograniczenie rozdzielczości w litografii, rosnące prawdopodobieństwo błędu, ziarnistość materii i ładunku elektrycznego, zjawiska kwantowe: np. tunelowanie elektronów przez izolator lub tunelowanie namagnesowania pomiędzy dwoma stanami pamięci ferromagnetycznych, czy wreszcie problem minimalnej energii potrzebnej do wykonania jednej operacji i wydzielania się jej w postaci ciepła.

W tej sytuacji wiele laboratoriów przemysłowych, narodowych i uniwersyteckich prowadzi badania w dziedzinie nanostruktur lub, szerzej, nanotechnologii. Nie jest jednak ciągle jasne, jaka technologia będzie dominowała w przyszłości. Wiadomo jedynie, że scalaniu elementów coraz częściej będzie towarzyszyło łączenie funkcji: procesorów, pamięci, czujników, aktywatorów, . . . Elementy elektroniczne i fotonowe będą więc zespolone z podzespołami

magnetycznymi i mikromechanicznymi. Wydaje się przy tym, że litografia w coraz większym stopniu będzie zastępowana syntezą elementów, a technologia planarna – trójwymiarową. Wykorzystany tu będzie samoorganizujący się wzrost w metodach epitaksjalnych. Wykorzysta się także syntezę organiczną i biologiczną oraz nowe metody manipulacji pojedynczymi cząsteczkami i atomami. Zbliżyć to nas może do praktycznej realizacji idei elektroniki molekularnej.

Znacznym zmianom może też ulec nośnik informacji. Dzisiaj do przetwarzania informacji służy ładunek elektronu, a wewnętrzny moment pędu (spin) do jej przechowywania. Uważa się, że będzie rosła rola fotonów, które już obecnie wykorzystywane są do przenoszenia, kodowania i zapisywania informacji. Poza elektronami i fotonami spore nadzieje wiąże się np. z wirami prądu w nadprzewodnikach II rodzaju (wiry Abrikosowa) i strumieniami pola magnetycznego w nanocewkach nadprzewodzących.

Prognoza przyszłości nanotechnologii pod względem wykorzystywanych w niej materiałów wskazuje na zainteresowanie heterostrukturami krzemu z germanem i węglem. Pozwalają one nie tylko przyspieszyć szybkość tranzystorów, ale także umożliwią – jak się sądzi – rozciągnięcie dominacji krzemu na obszar fotoniki (optoelektroniki), gdzie dzisiaj królują związki pierwiastków z grupy III i V, np. GaAs. Ze względu na możliwość pracy w wysokich temperaturach oraz możliwość generowania światła w szerokim obszarze widmowym znaczną rolę mogą odegrać związki SiC i GaN, a także . . . diament. Rosnące znaczenie może przypadać nieprzeliczalnie bogatej rodzinie związków organicznych, z takim powodzeniem wykorzystywanych przez mózg. Odkrycie nadprzewodników wysokotemperaturowych skierowało uwagę ku tlenkom. Materiały te są nie tylko nadprzewodnikami, ale wykazują niezwykle własności magnetyczne, tak że coraz częściej słyszy się o elektronice tlenkowej.

Obok zmian zasad działania poszczególnych elementów, które zapewne będą wykorzystywały to, co dzisiaj przeszkadza – tunelowanie, interferencje, ziarnistość materii – można oczekiwać nowych odkryć w dziedzinie architektury komputerowej. Wydaje się np., że zjawiska w układach nieuporządkowanych, chaotycznych, chemicznych i biologicznych, które mozolnie symulujemy przy użyciu dzisiejszych komputerów, będą służyły do szybkiego wykonywania obliczeń według algorytmu narzuconego przez charakter zjawiska. Może się też okazać, że – zamiast odrzucania procesorów z błędami – połączenia w obwodach scalonych będą tworzone w sposób przypadkowy, a przeznaczenie poszczególnych egzemplarzy będzie określane dopiero po ich wykonaniu.



I na koniec idea komputerów kwantowych. Jak wiemy, proces obliczania polega na przypisaniu jednej liczbie (której odpowiada określona sekwencja tranzystorów w stanie 1 i 0) pewnej innej liczby. Zgodnie z mechaniką kwantową tranzystor jest jednak w stanie 1 bądź 0 jedynie z pewnym prawdopodobieństwem. Zmiana tego prawdopodobieństwa w czasie opisana jest przez kwantowe równanie falowe, co oznacza, że zachodzi np. zjawisko interferencji. W latach dziewięćdziesiątych

dowodzono, że wiele algorytmów byłoby wykonywanych znacznie szybciej przez komputery kwantowe. Znanym przykładem jest znajdowanie podzielników liczby o  $N$  cyfrach. Czas  $t$  tego poszukiwania rośnie wykładniczo z liczbą cyfr w przypadku komputerów klasycznych,  $t \sim a^N$ , a potęgowo dla algorytmów kwantowych,  $t \sim N^b$ ; gdzie stałe  $a, b$  są większe od 1. Podstawową trudnością przy budowie komputera kwantowego są zewnętrzne zaburzenia, które w sposób przypadkowy wpływają na ewolucję jego stanu.

## Aktualności (nie tylko) fizyczne

Co robi komputer? Nazwa wskazywałaby, że liczy, ale większość współczesnych procesorów więcej czasu oczekuje na dane lub wyprowadza wyniki. Takie są skutki obcowania przyzwyczajonych komputerów z ludźmi. Kiedyś wybrańcy porozumiewali się z komputerami za pomocą przelączania kabelków, dziurek w papierze, klawiatury. Powiecie „przecież i teraz używa się klawiatury”. Tak, tylko, po pierwsze, istotnie inaczej, a po drugie, coraz rzadziej. Różnica polega na skutkach naciśnięcia klawisza. Teraz objawia się to pojawieniem się stosownego znaku na ekranie (dla młodszych Czytelników wyjaśniam, że wcale nie tak dawno żadnego ekranu nie było). To nie my jednak ten znak wyświetlamy, lecz komputer. Oczywiście, nadal występujemy w roli kapitana okrętu, który wydając komendę, oczekuje najpierw potwierdzenia jej zrozumienia (powtórzenia komendy poprzedzonej słowem „jest”), a następnie jej wypełnienia. Ale to marynarz, a nie kapitan potwierdza i wykonuje komendy. Gdyby pozostać przy tej morskiej analogii, to współczesnemu marynarzowi-komputerowi samo wykonywanie komend praktycznie nie zajmuje czasu (prawda, jaki szybki?). Całą uwagę skupia on na odgadywaniu życzeń swojego kapitana, a swój czas poświęca na wyszukane potwierdzanie i jeszcze bardziej wymyślne informowanie o skutkach wykonywanych poleceń. Czy to źle? Wcale tak nie uważam, choć tak jak was śmieszy mnie traktowanie go jak człowieka: „proszę państwa, komputer podpowiada mi, że państwo Dulscy wygrywają drugi talon na balon”. Bo, przynajmniej na razie, żaden komputer, nawet najlepiej to udający, nie myśli. Osobiście przychyliam się do zdania, że myślenie jest procesem kwantowym. Jeżeli tak, to myślące może będą kiedyś komputery kwantowe. A tu droga jeszcze bardzo daleka, choć coraz częściej pojawiają się doniesienia o kolejnych istotnych osiągnięciach. Pod koniec kwietnia społeczność naukowa dowiedziała się o dokonaniu Japończyków, którym udało się uzyskać pierwszy elektrycznie kontrolowany qubit w ciele stałym [1] (qubit to układ dający się w kontrolowany sposób wprowadzić w stan będący superpozycją dwóch stanów kwantowych). Wcześniej wprawdzie zbudowano działający, 2-qubitowy komputer (patrz *Delta* 6/1998), ale zastosowana technika, wykorzystująca cząsteczkę chloroformu, raczej nie da się przenieść na urządzenie o pojemności umożliwiającej realistyczne obliczenia. Nadzieje takie wiąże się natomiast właśnie z qubitami w ciele stałym.

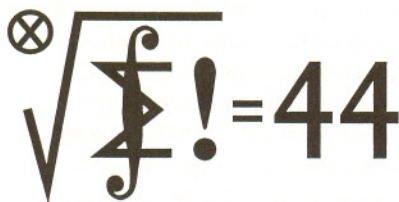
Czy należy się więc spodziewać spełnienia marzeń (ostrzeżeń) fantastów o myślących maszynach? Nie znam odpowiedzi na to pytanie. Wiadomo natomiast, że – pomimo olbrzymiego postępu neurologii – nadal bardzo mało wiemy o procesach, które nam samym pozwalają myśleć. Nie do końca wiadomo nawet, jak przebiega przekazywanie sygnałów pomiędzy neuronami. Ich połączenia są w tkankach skomplikowane w stopniu uniemożliwiającym rozszyfrowanie zachowania naturalnych sieci neuronowych.

A gdyby tak zbudować sztuczną sieć z naturalnych neuronów i połączyć ją z układem scalonym? Czy nie w tym kierunku ewoluje nasz sposób komunikowania się z komputerami? Możemy już z nimi porozumiewać się głosem, wirtualna rzeczywistość oszukuje (wspomaga) nasze zmysły, dlaczego nie pójść dalej i po prostu ich (zmysłów) nie zastąpić wyspecjalizowanymi urządzeniami? Czy możliwe jest skonstruowanie protezy słuchu, wzroku, rdzenia kręgowego? Prace nad protezami neurologicznymi, działającymi na zasadzie bezpośredniego stymulowania systemu nerwowego w celu odzyskania słuchu, wzroku czy zdolności ruchowych, są bardzo zaawansowane. Istnieją działające urządzenia pozwalające na zgrubne przywrócenie utraconych zmysłów [2]. Sukcesy te zawdzięczamy jednak stymulowaniu całych grup neuronów. Połączenie pojedynczego neuronu z elektroniką czy wytworzenie sztucznej sieci z prawdziwych neuronów jest trudniejsze, ale i tu notuje się coraz więcej osiągnięć [3]. Udało się już uzyskać proste, działające sieci na sztucznych powierzchniach za pomocą przyciągającej neurony substancji DETA. Po pokryciu powierzchni kulturą, zawierającą neurony pochodzące z hipokampu szczurów, naukowcy zaobserwowali, jak komórki nerwowe najpierw migrują do przygotowanego dla nich miejsca, a następnie rozwijają połączenia synaptyczne wzdłuż ścieżek wytyczonych za pomocą DETA. Niestety, nie mogą już dalej snuć rozważań nad rysującą się przyszłością cyborgów, bo mój komputer kopie mnie w kostkę, dając do zrozumienia, że na tej stronie już nic więcej się nie zmieści.

Piotr ZALEWSKI

- [1] Y. Nakamura, Yu. A. Pashkin i J. S. Tsai, *Coherent control of macroscopic quantum states in a single-Cooper-pair box*, *Nature* **398** (1999) 786.
- [2] R. S. Service, *Bypassing Nervous System Damage With Electronics*, *Science* **284** (1999) 579.
- [3] R. S. Service, *Neurons and Silicon Get Intimate*, *Science* **284** (1999) 578.





Termin nadsyłania rozwiązań:  
31 XII 1999

Czołówka ligi zadaniowej  
**Klub 44 M**

po uwzględnieniu ocen rozwiązań  
375 (WT=1,49) i 376 (WT=1,64)  
z numeru 2/1999

Witold Bednorz	- Tychy	47,00
Bogumiła Piotrowska	- Zielona Góra	39,07
Zbigniew Galias	- Kraków	35,12

Pan Bednorz zalicza drugą rundę.

**Skrót regulaminu**

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru  $n$  w terminie do końca miesiąca  $n + 2$ . Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze  $n + 4$ . Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przysyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania:  $WT = 4 - 3S/N$ , gdzie  $S$  oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a  $N$  – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana**. Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/1999.

**Zadania z matematyki nr 387, 388**

*Redaguje Marcin E. KUCZMA*

**387.** Ciąg liczb dodatnich  $a_0, a_1, a_2, \dots$  spełnia zależność  $2^{n+1}(a_{n-1} - a_n) = a_n^2$ . Wykazać zbieżność i obliczyć granicę tego ciągu (w zależności od wyrazu początkowego  $a_0$ ).

**388.** Dla ustalonej liczby naturalnej  $n$  rozwiązać równanie

$$\left(2 - \frac{1}{x_1}\right) \left(2 - \frac{1}{x_2}\right) \dots \left(2 - \frac{1}{x_n}\right) = 3$$

w liczbach całkowitych  $x_1, x_2, \dots, x_n$ .

Zadanie **388** zaproponował pan Witold Bednarek z Łodzi.

**Rozwiązania zadań z matematyki z numeru 6/1999**

Przypominamy treść zadań:

**383.** Dany jest równoległobok  $ABCD$  z kątem ostrym przy wierzchołku  $A$ . Okrąg o średnicy  $AC$  przecina proste  $CB$  i  $CD$  odpowiednio w punktach  $E$  i  $F$  (różnych od  $C$ ). Prosta styczna do okręgu w punkcie  $A$  przecina prostą  $BD$  w punkcie  $P$ . Dowieść, że punkty  $E, F$  i  $P$  są współliniowe.

**384.** Udowodnić, że jeżeli  $p$  jest liczbą pierwszą, a  $n$  jest liczbą naturalną niepodzielną przez  $p$ , to liczba  $p^{n!} - 1$  dzieli się przez  $n$ .

**383.** Z uwagi na symetrię ról punktów  $B$  i  $D$  można przyjąć, że punkt  $B$  leży między  $D$  i  $P$ . Rozważany okrąg przecina proste  $AB$  i  $AD$  odpowiednio w punktach  $G$  i  $H$  (różnych od  $A$ ). Prosta  $AP$  jest styczna do okręgu, więc zachodzą równości kątów:

$$(1) \quad \begin{aligned} |\angle BAP| &= |\angle GAP| = |\angle GCA| = |\angle CAF|, \\ |\angle DAP| &= |\angle HAP| = |\angle HFA| = 180^\circ - |\angle HCA| = 180^\circ - |\angle CAE|. \end{aligned}$$

Ze wzoru sinusów (dla trójkątów  $BAP$  i  $DAP$ ) mamy:

$$(2) \quad \frac{|BP|}{|AB|} = \frac{\sin |\angle BAP|}{\sin |\angle APB|}, \quad \frac{|AD|}{|DP|} = \frac{\sin |\angle APD|}{\sin |\angle DAP|}.$$

Mnożąc stronami równości (2) i uwzględniając związki (1) dostajemy zależność

$$(3) \quad \frac{|BP|}{|AB|} \cdot \frac{|AD|}{|DP|} = \frac{\sin |\angle BAP|}{\sin |\angle DAP|} = \frac{\sin |\angle CAF|}{\sin |\angle CAE|} = \frac{|CF|}{|CE|}.$$

Z podobieństwa trójkątów prostokątnych  $ABE$  i  $ADF$  wynika proporcja

$$(4) \quad \frac{|AB|}{|AD|} = \frac{|BE|}{|DF|}.$$

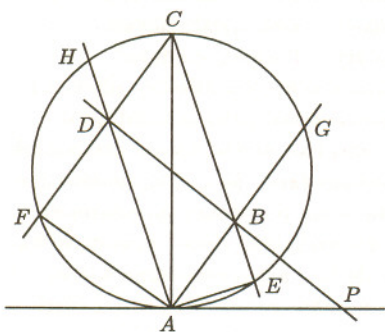
Mnożymy stronami związki (3) i (4), i po redukcji otrzymujemy równość

$$|DP| \cdot |BE| \cdot |CF| = |BP| \cdot |CE| \cdot |DF|,$$

która na podstawie twierdzenia Menelausa (dla trójkąta  $BCD$ ) oznacza, że punkty  $P, E, F$  są współliniowe.

**384.** Dla  $n = 1$  teza jest oczywista. Dalej przyjmujemy, że  $n > 1$ .

Dla każdego wykładnika całkowitego  $i \geq 1$  liczby  $p^i$  oraz  $n$  są względnie pierwsze. Reszty z dzielenia liczb  $p, p^2, \dots, p^n$  przez  $n$  należą do zbioru  $\{1, \dots, n-1\}$ ; istnieją zatem liczby całkowite  $i, j$  spełniające warunki:  $1 \leq i < j \leq n$  oraz  $p^i \equiv p^j \pmod{n}$ . To znaczy, że  $n$  jest dzielnikiem liczby  $p^j - p^i = p^i(p^r - 1)$ , gdzie  $r = j - i$ ; jest więc dzielnikiem liczby  $p^r - 1$ . Inaczej mówiąc,  $p^r \equiv 1 \pmod{n}$ . Skoro  $r < n$ , liczba  $n!$  dzieli się przez  $r$ . Podnosimy otrzymaną przed chwilą kongruencję stronami do potęgi  $(n!)/r$  i dostajemy tęż zadania:  $p^{n!} \equiv 1 \pmod{n}$ .

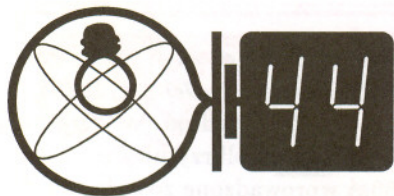


**Rozwiązanie zadania M 895.**  
Niech  $A$  będzie sumą kątów wszystkich ścian wielościanu. Jeśli ściana ma  $k$  krawędzi, to suma jej kątów wynosi  $(k - 2)\pi$ . Podczas sumowania względem wszystkich ścian każda krawędź jest liczona dwa razy. Stąd

$$A = (2K - 2S)\pi = (2W - 4)\pi = 2(W - 2)\pi,$$

co należało wykazać.



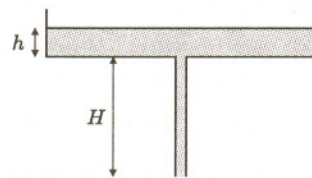


## Zadania z fizyki nr 284, 285

Redaguje Jerzy B. BROJAN

Termin nadsyłania rozwiązań: 31 XII 1999

**284.** Wąską rurką o długości  $H$  dołączono do otworu w dnie szerokiego naczynia, do którego nalano wody na głębokość  $h$  (rys. 1). Z jaką prędkością będzie wypływać z rurki woda?



Rys. 1

**285.** Do źródła napięcia o okresowym przebiegu  $U(t)$  przyłączono szeregowo opornik o oporności  $100 \Omega$ , zwojnicę o zmiennej indukcyjności  $L$  i amperomierz mierzący skuteczną wartość natężenia prądu  $I_{sk}$ . Dana jest tabela przedstawiająca zależność  $I_{sk}$  od  $L$ :

$L$ [H]	0,03	0,05	0,1	0,2	0,3	0,5	1
$I_{sk}$ [mA]	222	220	213	203	198	195	194

Podać wzór opisujący funkcję  $U(t)$  i wartości parametrów występujących w tym wzorze. Uwaga: odpowiedź może być niejednoznaczna, za prawidłowe będzie uważane każde rozwiązanie dające dobrą zgodność z tabelą.

Czołówka ligi zadaniowej

**Klub 44 F**

po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań 274 ( $WT=2,11$ ) i 275 ( $WT=2,50$ ) z numeru 3/1999

Zbigniew Galias	- Kraków	38,08
Andrzej Idzik	- Bolesławiec	34,15
Andrzej Nowogrodzki	- Chocianów	30,41
Aleksander Surma	- Myszków	22,78
Artur Arciszewski	- Kielce	15,62
Jarosław Łazuka	- Warszawa	13,90
Tomasz Rudy	- Warszawa	10,15

## Rozwiązania zadań z fizyki z numeru 6/1999

Przypominamy treść zadań:

**280.** Pocisk artyleryjski przelatuje nad linią frontu i w tym momencie (zapewne wskutek awarii zapalnika) następuje wybuch. Jaka część odłamków spadnie po stronie  $A$ , z której nadleciał pocisk? Dana jest prędkość pocisku  $v_1$  (skierowana poziomo i prostopadle do linii frontu) oraz prędkość odłamków  $v_2$  względem układu związanego z pociskiem. Zakładamy, że w tym układzie wartość prędkości odłamków jest jednakowa, a wszystkie kierunki są równo prawdopodobne.

**281.** Osiemnaście jednakowych oporników (np. po  $1 \Omega$ ) połączono w obwód przedstawiony na rysunku 2. Obliczyć opór zastępczy między dwoma wierzchołkami trójkąta (nie korzystając ze specjalistycznych programów komputerowych).

**280.** Prędkość odłamka w układzie Ziemi jest sumą prędkości pocisku i prędkości odłamka względem pocisku, a upadek odłamka na daną stronę zależy od znaku poziomej składowej tej sumy. Tak więc odłamek spadnie na stronę  $A$  pod warunkiem, że  $v_2 > v_1$  oraz kierunek wektora  $\vec{v}_2$  tworzy z kierunkiem przeciwnym do  $\vec{v}_1$  kąt mniejszy od  $\alpha = \arccos(v_1/v_2)$ . Prawdopodobieństwo tego, że dowolnie wybrany kierunek przestrzenny tworzy z daną osią kąt mniejszy od  $\alpha$ , jest równy stosunkowi kąta bryłowego zawartego wewnątrz stożka o kącie rozwarcia  $2\alpha$  do pełnego kąta bryłowego  $4\pi$  (inaczej – równy stosunkowi powierzchni wyciętej z kuli przez stożek do powierzchni całej kuli). Obliczając tę powierzchnię (lub sprawdzając w poradniku matematycznym), wyznaczamy

$$p = (1 - \cos \alpha)/2 = (1 - v_1/v_2)/2.$$

**281.** Najbardziej oczywistym z możliwych uproszczeń jest zastąpienie trzech górnych oporników przez jeden o oporze  $2/3$  (jednostki pomijamy). W następnym kroku narysujemy obwód w postaci równoważnej (rys. 4) i zauważmy, że z jego symetrii wynika równość prądów oznaczonych jednakowymi strzałkami. Zatem przecięcie dwóch połączeń pionowych w centrum nie wprowadzi żadnych istotnych zmian i kolejno wykorzystując standardowe wzory na opór zastępczy, dochodzimy do schematu na rysunku 5. Dalej – niestety – „zaczynają się schody”, gdyż pozostaje już tylko systematyczne zastosowanie I prawa Kirchhoffa do każdego węzła, a II prawa Kirchhoffa do każdego oczka obwodu. Dzięki symetrii lewej i prawej strony oraz I prawu Kirchhoffa możemy liczbę niewiadomych natężeń prądu ograniczyć do dwóch (nie licząc całkowitego prądu  $I$ ) – np. zaznaczonych na rysunku 5 jako  $I_1$  i  $I_2$ . Teraz II prawo Kirchhoffa daje nam równania

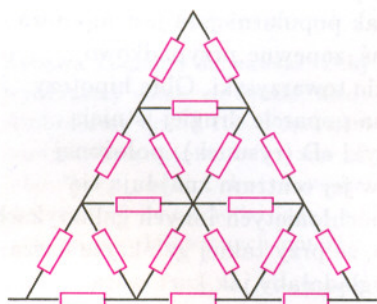
$$I_1 + I_2 = I - I_1$$

$$(10/9)(I_1 - I_2) = 2I_2 + (2/3)(I - I_1 + I_2).$$

Rozwiązując je, znajdujemy  $I_1 = (10/21)I$  i  $I_2 = (1/21)I$ . Napięcie między wyjściami obwodu (obliczone dla górnej gałęzi) wynosi

$$U_{\text{całk}} = 2I_1 + (10/9)(I_1 - I_2) = (10/7)I.$$

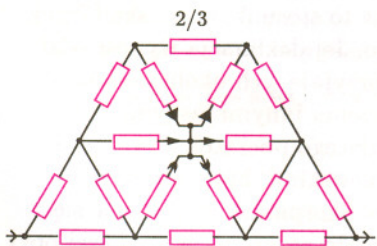
Opór zastępczy jest więc równy  $(10/7) \Omega$ .



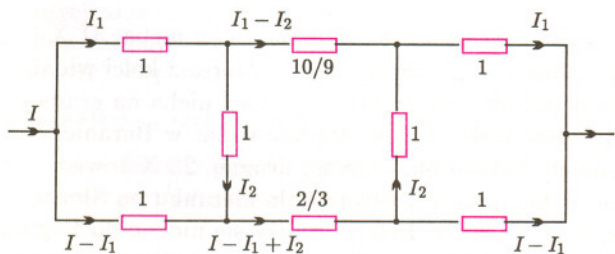
Rys. 2



Rys. 3



Rys. 4

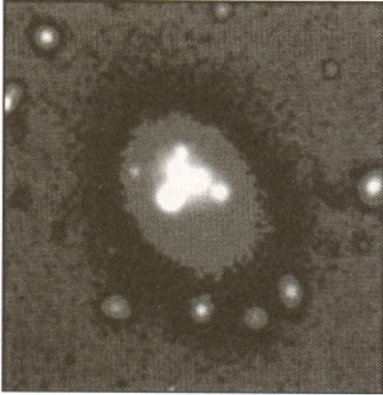


Rys. 5



## Patrz w niebo

Rozmaitość struktur galaktyk jest ogromna. Na jednym krańcu skali rozmiarów galaktyk znajdują się tzw. galaktyki karłowate (Patrz w niebo, *Delta* 1/1999), bardzo drobne i bardzo słabe, występujące jednak – jak się wydaje – w ogromnej liczbie. Na przeciwnym końcu są bardzo nieliczne galaktyki olbrzymie. Oznaczenie ich symbolem cD pochodzi z lat 1960. i wprowadzone zostało przez W.W. Morgana, astronoma z Yerkes Observatory w USA. Wykrył on mianowicie całą klasę jasnych eliptycznych galaktyk, które oznaczył symbolem D, od słowa *diffuse* (ang. rozproszony), bowiem mają one rozległe i rozmyte otoczki gwiazdowe. Najjaśniejsze i zarazem największe z tych galaktyk znajdują się w centrach gromad galaktyk, stąd litera c. Ocenia się, że galaktyki te są od naszej od 10 do 100 razy masywniejsze.



Jak takie gigantyczne galaktyki powstały, jest do dziś zagadką, choć istnieją pewne hipotezy, według których istotną rolę gra oddziaływanie z innymi galaktykami. W gromadach galaktyk bliskie spotkania poszczególnych obiektów muszą być zjawiskiem dość częstym. Przy każdym spotkaniu galaktyki mogą sobie wzajemnie odrywać część rozłożonej na peryferiach materii, która będzie następnie sphywać do centrum gromady i po miliardach lat może tam utworzyć jedną ogromną galaktykę. Chyba jednak popularniejsza jest hipoteza galaktycznego kanibalizmu, zgodnie z którą jakaś, zapewne przypadkowo masywna, galaktyka po prostu wchłania pobliskie towarzyski. Obie hipotezy są dopuszczalne przez prawa przyrody, jednak na poparcie drugiej istnieją prostsze obserwacje. Na przykład zdjęcie galaktyki cD (rysunek), położonej w gromadzie Abell 3827, po prostu ukazuje, że w jej centrum znajdują się jeszcze „nie strawione” pozostałości po dawno pochłoniętych innych galaktykach. Jeśli rzeczywiście tak się dzieje, to nic dziwnego, że przy takiej galaktyce nasza, która kiedyś uchodziła za wyjątkowo wielką, wyglądałaby jak karłowata.

Stwierdzono też, że masa centralnej w gromadzie galaktyki cD jest skorelowana z liczebnością gromady – im więcej członków gromada liczy, tym masywniejsza jest jej galaktyka cD. Potwierdzałyby to przypuszczenie, że – bez względu na mechanizm powstawania – galaktyki cD istotnie formują się z materii należącej kiedyś do innych galaktyk.

Tomasz KWAST

## Październik

Jesienią jest okazja zobaczenia jednej z jaśniejszych gwiazd nieba południowego. Jest nią Fomalhaut, alfa Ryby Południowej. Jest to stosunkowo bliska (7 pc), a więc jasna (1,16 mag) gwiazda ciągu głównego. Jej deklinacja wynosi  $-30^\circ$ , a więc nawet z południa Polski widać ją przy sprzyjających okolicznościach na wysokości zaledwie  $10^\circ$ . W przeszłości wraz z trzema innymi jasnymi gwiazdami pełniła nieco magiczną rolę wskaźnika sygnalizującego początek nowej pory roku. Tymi gwiazdami, zwanymi gwiazdami królewskimi, były oprócz niej Aldebaran w Byku, Regulus w Lwie i Antares w Skorpionie. Pojawienie się każdej z tych gwiazd po zachodzie Słońca oznaczało rozpoczęcie się nowej pory – Fomalhaut sygnalizuje właśnie początek jesieni. Jest ona zatem najtrudniej dostrzegalną z Polski gwiazdą królewską.

Wenus jest w Lwie i widać ją nad ranem we wschodniej części nieba. 31 X znajdzie się w największej kątowno odległości od Słońca. Marsa z kolei widać krótko po zachodzie Słońca w południowo-zachodniej części nieba na granicy Wężownika i Strzelca, a więc dość nisko. Przez całą noc widać w Baranie Jowisza i Saturna – obie planety bardzo blisko jedna drugiej. 23 X Jowisz znajdzie się w opozycji, tzn. w kierunku przeciwnym do kierunku na Słońce. 9 X wypada nów Księżyca, a 24 X pełnia. Księżyc zbliży się mocno do Regulusa 5 X i Aldebarana 27 X, ale zakryć nie będzie.

T.K.



### Rozwiązanie zadania M 897.

Załóżmy, że dla pewnego wielościanu wypukłego teza zadania nie jest spełniona. Jeśli oznaczymy przez  $S_n$  liczbę ścian będących  $n$ -kątami, a przez  $W_n$  – liczbę wierzchołków, z których odchodzi  $n$  krawędzi, to oznacza to, że  $S_3 = S_4 = S_5 = 0$  i wtedy

$$\begin{aligned} 2K &= 3S_3 + 4S_4 + 5S_5 + \dots = \\ &= 6S_6 + 7S_7 + \dots \geq \\ &\geq 6(S_6 + S_7 + \dots) = \\ &= 6S, \end{aligned}$$

czyli  $K \geq 3S$ . Poza tym dla dowolnego wielościanu mamy

$$2K = 3W_3 + 4W_4 + \dots \geq 3W.$$

Z nierówności  $K \geq 3S$  i  $2K \geq 3W$  wynika, że  $K = \frac{1}{3}K + \frac{2}{3}K \geq S + W$ , co przeczy wzorowi Eulera.



## MIĘDZY NAMI OSZUSTAMI (18")

*Wyjaśnienie oszustwa (18):* Nie ulega wątpliwości, że jeśli Ambroży (lub Bazyli) otrzyma od Celestyna liczbę 1, zabawa się zakończy. Bardzo sugestywne jest rozumowanie pokazujące, że jeśli Celestyn poda Ambrożemu liczbę 100, zabawa nie będzie miała końca. Trzecim elementem układanki jest „krok indukcyjny”, pokazujący, że przy zwiększeniu podawanych przez Celestyna liczb o 1 nie zmieni się fakt skończoności zabawy. Ten element jest przedstawiony niezbyt precyzyjnie. Oczywiście, wierząc we wszystkie 3 elementy równocześnie, należałoby odrzucić zasadę indukcji matematycznej.

Zabawa zakończy się zawsze! Żeby się o tym przekonać, wyobraźmy sobie, co będzie, kiedy Celestyn poda Ambrożemu liczbę 100. Popatrzmy na całą zabawę oczami obserwatora, który zna jej reguły, ale nie wie, jakie liczby podał Celestyn swoim kolegom. Co wie obserwator? Że zachodzi jedna z nieskończenie wielu sytuacji przedstawionych poniżej:

1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10 - 11 - ...  
 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10 - 11 - ...

Każdy odcinek symbolizuje jedną możliwość, na jego końcach zapisane są liczby, które Celestyn podał odpowiednio Ambrożemu i Bazylemu. Kiedy Ambroży i Bazyli usłyszą od Celestyna liczby, będą znali po jednym końcu wybranego przez Celestyna odcinka. Są kolejno pytani, czy znajomość jednego końca pozwala im powiedzieć, który to odcinek. Kiedy Ambroży po raz pierwszy mówi *Nie wiem*, oznajmia wszem i wobec: *Nie mam liczby 1*. Nasz obserwator wie teraz, że pozostały następujące możliwości:

2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10 - 11 - 12 - ...  
 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10 - 11 - ...

Z kolei Bazyli mówi *Nie wiem*. Mógłby równie dobrze powiedzieć *Nie mam jedynki ani dwójki*. Teraz wiadomo wszystkim, że schemat pozostałych dopuszczalnych sytuacji jest taki:

3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10 - 11 - 12 - ...  
 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10 - 11 - ...

Ambroży odpowiada po raz drugi. Czego się dowiedział w międzyczasie? Można powiedzieć, że nie uzyskał nowych informacji. Ale mimo to sytuacja, w której teraz się znalazł, nie jest taka sama, jak przy jego pierwszej odpowiedzi. W pewnym sensie zmieniły się reguły zabawy. Wiadomo bowiem, że Celestyn nie mógł podać *Bazylemu* liczby 1 ani 2, a *Ambrożemu* jedynki. Nie jest istotne, z czego wynika to ograniczenie: czy z dotychczasowego przebiegu zabawy, czy np. z tego, że Celestyn powiedział „A... , słuchajcie, zmienimy trochę reguły, nie wolno mi było przygotować jedynki, a *Bazylemu* na pewno nie podam *dwójki*”.

Ambroży swoim drugim *Nie wiem* mówi *Nie mam 2 ani 3*, na co Bazyli odpowiada: *A ja 3 ani 4*. Po dwóch kolejkach odpowiedzi obserwator ma przed oczyma następujący schemat:

5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10 - 11 - 12 - ...  
 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10 - 11 - ...

A po czterdziestu dziewięciu:

99 - 100 - 101 - 102 - 103 - 104 - 105 - 106 - ...  
 98 - 99 - 100 - 101 - 102 - 103 - 104 - 105 - ...

Pyta po raz pięćdziesiąty Celestyn Ambrożego: **Czy wiesz, jaką liczbę ma Bazyli?** Równie dobrze mógłby zapytać: **Czy masz 98 lub 99?** Mający liczbę 100 Ambroży mówi *Nie*. Nasz obserwator wyobraża sobie

100 - 101 - 102 - 103 - 104 - 105 - 106 - ...  
 99 - 100 - 101 - 102 - 103 - 104 - 105 - ...

Po raz pięćdziesiąty Celestyn pyta *Bazylego*: *Czy wiesz, jaką liczbę ma Ambroży?*, co obserwator tłumaczy: *Czy masz 99 lub 100?* Odpowiedzi na to pytanie Ambroży wysłucha ze szczególną uwagą.

JWR

## GRY (7)

Oto odpowiedzi na pytania podane przed miesiącem.

W pozycji złożonej z 6 bierek na polach 6, 13, 19, 28, 29 i 33 dostrzegamy 3 stopy o licznosciach odpowiednio 6 (pola 7-12), 8 (pola 20-27) i 3 (pola 30-32).

Wygrywającymi ruchami mogłyby więc być:

przesunięcie bierki z pola 6 na pole 1 (odpowiada to zwiększeniu pierwszego stosu do 11 pól),

przesunięcie bierki z pola 28 na pole 25 (drugi stos zmniejsza się do 5 pól),

zwiększenie trzeciego stosu do 14 pól (ale to akurat nie jest możliwe).

W pozycji złożonej z 7 bierek na polach: 6, 8, 20, 25, 26, 35 i 50, stopy, licząc od lewej, mają 5, 11, 0 i 14 pól. Niestety,  $5 + 2 \cdot 11 + 2 \cdot 0 + 2 \cdot 14 = 0$ . Jesteśmy więc na przegranej pozycji i pozostaje tylko czekać na błąd przeciwnika.

JWR

Korespondencję do  $\Gamma$ -limatiasu prosimy kierować pod adresem:

Jarosław Wróblewski, Instytut Matematyki Uniwersytetu Wrocławskiego, Plac Grunwaldzki 2/4, 50-384 WROCLAW; e-mail: jwr@math.uni.wroc.pl