

## Klub 44 M

Czołówka ligi zadaniowej **Klub 44 M**  
po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań  
859 ( $WT = 2,24$ ) i 860 ( $WT = 1,86$ )  
z numeru 4/2023

Marcin Kasperski	Warszawa	44,39
Michał Adamaszek	Kopenhaga	43,90
Radosław Kujawa	Wrocław	43,57
Paweł Najman	Kraków	43,16
Adam Woryna	Ruda Śl.	38,27
Janusz Fiett	Warszawa	38,18
Paweł Kubit	Kraków	36,11
Szymon Tur		35,35
Piotr Kumor	Olstyn	35,26
Marek Spychała	Warszawa	34,50
Jerzy Cisło	Wrocław	32,97

Weteran od dawna – pan Marcin  
Kasperski – teraz już po raz piąty!

## Klub 44 F

Czołówka ligi zadaniowej **Klub 44 F**  
po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań  
756 ( $WT = 1,6$ ), 757 ( $WT = 2,8$ )  
z numeru 4/2023

Tomasz Rudny	Poznań	43,41
Marian Łupieżowiec	Gliwice	2–38,81
Jacek Konieczny	Poznań	36,51
Tomasz Wietecha	Tarnów	16–31,36
Konrad Kapcia	Poznań	2–26,47
Ryszard Baniewicz	Wrocław	1–22,98

Termin nadsyłania rozwiązań: 31 I 2024

### Zadania z matematyki nr 869, 870

Redaguje Marcin E. KUCZMA

**869.** Funkcja  $g$  przyporządkowuje każdej (uporządkowanej) parze  $x, y$  liczb rzeczywistych dodatnich wartość  $g(x, y)$ , określoną jako najmniejsza liczba  $z$  trójki  $x, 1/y, (xy + 1)/x$ . Wyznaczyć kres górny wartości  $g(x, y)$ , gdy  $x$  oraz  $y$  przebiegają zbiór wszystkich liczb dodatnich.

**870.** (a) Wykazać, że z odcinków łączących dowolny punkt płaszczyzny z wierzchołkami trójkąta równobocznego (leżącego w tej płaszczyźnie) można zbudować pewien trójkąt (być może zdegenerowany).

(b) Trójkąt równoboczny jest zanurzony w przestrzeni (trójwymiarowej). Wyjaśnić, czy – analogicznie – zawsze można z odcinków łączących dowolny punkt przestrzeni z wierzchołkami tego trójkąta zbudować pewien trójkąt (być może zdegenerowany).

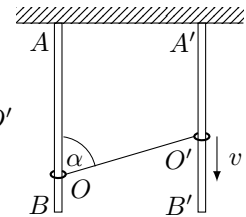
Zadanie 870 zaproponował pan Tomasz Ordowski.

### Zadania z fizyki nr 766, 767

Redaguje Elżbieta ZAWISTOWSKA

**766.** Znaleźć siłę oddziaływania dwóch połówek nieprzewodzącej kuli o promieniu  $R$ , naładowanych ze stałą gęstością objętościową, odpowiednio  $\rho_1$  i  $\rho_2$ . Przyjąć, że kula wykonana jest z materiału o stałej dielektrycznej równej jeden.

**767.** Pierścienie  $O$  i  $O'$  nasunięte są na pionowe, nieruchome pręty  $AB$  i  $A'B'$ . Nierozciągliwa nić umocowana w punkcie  $A'$  przewleczona jest przez pierścień  $O'$  i przyczepiona do pierścienia  $O$ . Pierścień  $O'$  porusza się w dół ze stałą prędkością  $v$ . Jaka jest prędkość pierścienia  $O$  w chwili, gdy kąt  $AOO'$  ma wartość  $\alpha$ .



### Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru  $n$  w terminie do końca miesiąca  $n + 2$ . Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze  $n + 4$ . Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przesyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Można je przysyłać również pocztą elektroniczną pod adresem [delta@mimuw.edu.pl](mailto:delta@mimuw.edu.pl) (preferujemy pliki pdf). Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez

współczynnik trudności danego zadania:  $WT = 4 - 3S/N$ , przy czym  $S$  oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a  $N$  – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu 44 punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana**. Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie [deltami.edu.pl](http://deltami.edu.pl).

## Niebo w listopadzie

Słońce powoli wyhamowuje swój ruch na południe. Do końca miesiąca obniży swoją wysokość górowania o kolejne  $7^\circ$ . Przez ten czas przejdzie od gwiazdozbioru Wagi do Wężownika, spędzając tydzień w północnej części Skorpiona. 22 listopada Słońce przecina równoleżnik  $-20^\circ$  deklinacji i od tego momentu aż do trzeciej dekady stycznia przyszłego roku potrwa okres najkrótszych dni i najdłuższych nocy w roku.

W listopadzie planety Jowisz i Uran przechodzą przez opozycję względem Słońca (Jowisz 3 listopada, Uran – 10 dni później), Mars natomiast 18 listopada przejdzie przez koniunkcję ze Słońcem. Oznacza to, że Mars jest po przeciwnej stronie Słońca niż Jowisz z Uranem oraz że wraz z naszą planetą i Słońcem pięć dużych ciał

Układu Słonecznego jest ustawionych prawie na jednej linii z Marssem po jednej stronie Słońca oraz Ziemią, Jowiszem i Uranem po drugiej. Z perspektywy Ziemi Mars ginie w blasku Słońca, Jowisz z Uranem są zaś widoczne całą noc.

Ekliptyka nadal tworzy duży kąt z horyzontem na niebie porannym i mały wieczorem, stąd do połowy miesiąca bardzo dobrze widoczny jest dążący do nowiu Księżyc. Pierwszego listopadowego poranka tarcza Srebrnego Globu w fazie 87% pokaże się  $4^\circ$  na zachód od El Nath, drugiej co do jasności gwiazdy Byka, przecinając południk lokalny około godziny 2 na wysokości aż  $65^\circ$ . Dobę później tarcza Księżyca zmniejszy fazę do 80% i przeniesie się na pozycję  $10^\circ$  na wschód od El Nath.

4 listopada jego tarcza pokaże się  $4^\circ$  od Polluksa, najjaśniejszej gwiazdy Bliźniąt, dobę później zaś naturalny satelita Ziemi przejdzie przez ostatnią kwadrę. Gościć będzie wtedy w centrum gwiazdozbioru Raka, jakieś  $4^\circ$  na północny wschód od gromady otwartej gwiazd M44 i jednocześnie  $2^\circ$  na wschód od gwiazdy Asellus Borealis ( $\gamma$  Cnc), czyli północno-wschodniej gwiazdy trapezu gwiazd, otaczających Żłóbek.

Kolejne trzy poranki Księżyc spędzi w gwiazdozbiorze Lwa, stopniowo przybierając kształt coraz węższego sierpa, od 42% do 24%. 7 listopada jego tarcza zbliży się na  $5^\circ$  do Regulusa, najjaśniejszej gwiazdy konstelacji. 9 listopada natomiast Srebrny Glob pokaże fazę 16%, świecąc  $2^\circ$  od Wenus i wznosząc się o  $30^\circ$  na wysokość  $30^\circ$ . W trakcie dnia Księżyc podaży ku planecie, ostatecznie zakrywając ją. Zjawisko da się obserwować z prawie całej Europy, poza Półwyspem Iberyjskim oraz z północno-wschodniej Afryki i zachodniej Azji, gdzie Księżyc zakryje Wenus w dzień. Również z Grenlandii i Ziemi Ellesmere'a, gdzie zjawisko zajdzie na ciemnym niebie. W Polsce Wenus zniknie za jasnym brzegiem księżycowej tarczy około godziny 10:50, na wysokości mniej więcej  $30^\circ$  nad punktem SW widnokregu. Odkrycie nastąpi przy ciemnym brzegu Księżyca jakieś 70 minut później. Planeta świeci z jasnością  $-4,3^m$ , stąd zjawisko może dać się zaobserwować bez pomocy przyrządów optycznych, a na pewno jest łatwo obserwowalne przez lornetkę. W momencie zakrycia tarcza planety ma średnicę  $20''$  i fazę 59%.

Sama Wenus w listopadzie zaczyna zbliżać się do Słońca po październikowej maksymalnej elongacji. Do końca miesiąca pokona na niebie ponad  $33^\circ$  od pogranicza Lwa i Panny do Spiki, najjaśniejszej gwiazdy drugiej z wymienionych konstelacji. W tym czasie tarcza planety skurczy się od  $22''$  do  $17''$ , jej faza urośnie od 55% do 67%, jasność natomiast spadnie z  $-4,3^m$  do  $-4,2^m$ . 18 listopada Wenus przejdzie niewiele ponad  $1^\circ$  od Porriny ( $\gamma$  Vir), a ostatniego dnia miesiąca zbliży się na  $4^\circ$  do Spiki.

Przez czas pozostały do nowiu 13 dnia miesiąca Srebrny Glob odwiedzi gwiazdozbiór Panny. 10 listopada Księżyc w fazie 10% także odwiedzi wspomnianą Porrinę. Kolejnego poranka jego tarcza pojawi się na niebie około godziny 4:30, prezentując tarczę w fazie zaledwie 5% i o  $30^\circ$  wzniesie się na wysokość ponad  $10^\circ$ . Niecałe  $2^\circ$  na południe od Księżyca znajduje się Spica.

Po nowiu Księżyc wędruje głęboko pod słabo nachyloną ekliptyką, stąd dopiero w trzeciej dekadzie miesiąca zaczyna wznosić się wyżej nad widnokrąg. 20 listopada przypada I kwadra Księżyca. Tej nocy jego tarcza przejdzie  $3,5^\circ$  na południe od Saturna, który na początku miesiąca zmieni kierunek ruchu na prosty, kończąc tym samym okres najlepszej widoczności w obecnym sezonie obserwacyjnym. Oba ciała niebieskie przetną południk lokalny około godziny 18 na wysokości

ponad  $20^\circ$ . Sama planeta w listopadzie osłabnie do  $+0,8^m$ , a jej tarcza zmniejszy średnicę kątową do  $17''$ . Dobę później Księżyc przesunie się kilkanaście stopni na północny wschód i w fazie 65% zakryje gwiazdę 4. wielkości  $\psi 1$  Aqr. Do zakrycia dojdzie około godziny 20, odkrycie zaś nastąpi godzinę później.

22 listopada tarcza Srebrnego Globu zwiększy fazę do 75% i dotrze na pogranicze gwiazdozbiorów Wodnika, Ryb i Wieloryba, wędrując jakieś  $5^\circ$  na wschód od Neptuna. Blask planety wynosi  $+7,9^m$ , stąd w momencie spotkania z Księżycem ginie ona w jego blasku. Dlatego Neptuna lepiej obserwować na początku miesiąca, gdy noc jest ciemna. Planeta znajduje się około  $1,5^\circ$  na zachód od gwiazdy 20 Psc.

W ostatnich dniach miesiąca Księżyc ponownie wznosi się wysoko na niebie, wędrując wyraźnie nad ekliptyką i dążąc do pełni. 25 listopada jego tarcza w fazie 97% pokaże się  $5^\circ$  na północny wschód od Jowisza, dobę później natomiast zajmie podobną pozycję względem Urana. Jak już wspomniałem obie planety w listopadzie świecą na niebie przez całą noc, górując około godz. 23 na wysokości ponad  $50^\circ$ . Jowisz osiągnie jasność  $-2,9^m$  przy średnicy tarczy  $49''$ . Uran świeci blaskiem  $+5,6^m$ . Między planetami utrzymuje się odległość  $13^\circ$ .

27 listopada Srebrny Glob przejdzie przez pełnię, wędrując  $9^\circ$  na północ od Aldebarana, najjaśniejszej gwiazdy Byka. Dobę później jego tarcza zmniejszy blask do 98% i przeniesie się na pozycję  $2^\circ$  na wschód od El Nath. Na koniec miesiąca Księżyc w fazie 85% odwiedzi Polluksa w Bliźniątach, zbliżając się doń na  $2^\circ$ . Odwiedzi zatem ten sam obszar nieba, przez który przechodził w pierwszych dniach miesiąca.

W listopadzie co roku promieniują meteory ze słynnego roju Leonidów. Maksimum ich aktywności przypada w nocy z 17 na 18 listopada. Niestety w tym roku można się spodziewać około 20 zjawisk na godzinę. Znajdujący się jakieś  $10^\circ$  na północ od Regulusa radiant roju wschodzi ok. godz. 22 i 7 godzin później wznosi się na wysokość prawie  $60^\circ$ . Przy nieobecności Księżyca w tym roku warunki ich obserwacji są bardzo dobre. A są to szybkie meteory, ich prędkość zderzenia z naszą atmosferą wynosi 71 km/s. Stąd są na ogół bardzo jasne i często pozostawiają po sobie smugi dymu.

Innymi słynnymi listopadowymi rojami meteorów są Taurydy Południowe i Północne. Pierwszy rój maksimum aktywności osiąga 5 dnia miesiąca, drugi zaś tydzień później. Radiany obu rojów znajdują się pod Plejadami w Byku (radiant drugiego nieco bliżej Menkara w Wielorybie) i górują około północy na wysokości ponad  $50^\circ$ . Oba roje nie są obfite, można liczyć zaledwie na kilka zjawisk na godzinę, są też znacznie wolniejsze od Leonidów, bo ich prędkość wynosi poniżej 30 km/s, obfitują za to w jasne bolidy. Warto zatem wybrać się na ich obserwacje. Nie przeszkodzi w nich nawet Księżyc po ostatniej kwadrze.

*Ariel MAJCHER*